

ÚVOD – VŠEOBECNÉ ZÁKLADY MODELOVANIA

1. METÓDA MODELOVANIA A VEDECKÉ RIADENIE SPOLOČNOSTI

Čím sa stáva zložitejším vedeckovýskumný proces a praktický život ľudí, tým viac metóda modelovania ovláda takmer každú ľudskú činnosť, stáva sa z nej jedna zo základných metód poznania. Teória podobnosti a teória modelovania sa zaoberajú všetkými oblasťami poznania – od skúmania mikrosвета po objekty takých rozmerov, ako sú atmosférické prúdy, zemetrasenia alebo tvorenie hviezdnych hmlovín. Modelovanie sa presadzuje už aj vo výskumoch sociálnych javov, vrátane javov poznania, psychiky.

1.1 Modely a modelovanie

Termín „model“ sa používa na označenie materiálnej i nemateriálnej napodobeniny objektu, nezávisle od toho, za akým účelom sa robí. Samotná napodobenina sa môže realizovať v súvislosti s praktickými úlohami, môže plniť určité funkcie pri vyučovaní (ako napr. tabuľky, makety, schémy a i., ktoré sa využívajú ako názorné pomôcky) alebo sa využíva za bádateľským účelom.

K vytvoreniu modelov sa obyčajne pristupuje v tých prípadoch, keď je ťažké alebo nemožné skúmať jav v jeho prirodzenej forme. V mnohých prípadoch je skúmaný jav taký dôležitý (zložitý), že ak ho pozorujeme v jeho bezprostrednej forme, riskujeme zjednodušenie alebo schématicizáciu reálneho obrazu procesov, ktoré v ňom prebiehajú. To isté nebezpečenstvo sa vyskytuje aj pri skúmaní javov, ktoré sa vyvíjajú veľmi pomaly alebo veľmi rýchlo. Ešte zložitejšia je situácia v prípadoch, keď máme do činenia s javmi, ktoré patria do minulosti alebo do budúcnosti, pričom súčasná veda a prax ustavične riešia takéto typy úloh.

Jednou zo základných otázok, ktoré vznikajú pri začiatkoch riešenia každého problému (úlohy teoretickej, praktickej, pragmaticko-praktickej atď.) je, či máme k dispozícii predbežné vedomosti o daných procesoch a javoch. Predbežná vedomosť sa môže chápať ako počiatočná, **apriórna informácia** o objekte. Niekedy je táto informácia taká bohatá, že vytýčenú úlohu možno riešiť bez toho, aby sa pristupovalo k dodatočnému skúmaniu objektu, pričom takej situácii zodpovedá aj nevyhnutnosť vytvoriť modely.

Zároveň existujú prípady, kde apriórna informácia je nedostatočná pre riešenie úlohy a preto pri týchto podmienkach je potrebné predĺžiť výskum, aby sa získali dodatočné informácie o objekte. To však nie je vždy možné.

Podobný typ ako spomenutá apriórna informácia sa môže rozvinúť pri riešení úlohy len s použitím modelov. Môžu nastať aj také situácie, keď vôbec neexistuje apriórna informácia. Aj v takomto prípade je jedným z rozhodujúcich prostriedkov pre tvorenie nejakého systému poznatkov proces modelovania (modelovanie).

Vo všetkých týchto prípadoch práca výskumníkov prebieha zvláštnym spôsobom:

- ☛ Namiesto výskumu skúmaného objektu priamo, t.j. objektu v jeho prirodzenej forme, sa pristupuje k vytváraniu alebo využitiu nejakej náhrady toho istého objektu a vtedy sa celý výskumný proces prenáša na nový objekt, kým vedomosti, získané pri jeho skúmaní, sa však týkajú reálneho objektu. V tejto súvislosti sa v teórii modelovania používajú tieto termíny: **originál, prirodzený objekt** – pre označovanie objektu, ktorý je predmetom bádania, **kváziobjekt, náhrada, analógia** – pre označovanie nového objektu, ktorý sa vytvoril alebo používa na skúmanie originálu. Obyčajne pod modelom sa rozumie kváziobjekt, náhrada a analógia.
- ☛ Zároveň každá náhrada reálneho objektu musí zodpovedať niekoľkým požiadavkám. Predovšetkým určitý jav sa môže skúmať ako model len potiaľ, pokiaľ je prameňom nového poznania skúmaného objektu, nejakej prípustnej informácie a overenia. Bez tohto kváziobjektu prestáva byť modelom. Lenže, aby splnil svoju úlohu, model sa musí nachádzať v nejakom vzťahu voči objektu, musí mu byť podobný. Vo väčšine prípadov objektívny vzťah modelu a originálu spočíva v tom, že model odráža reálny objekt. Zároveň každý model znázorňuje určitý objekt v zjednodušenej forme. Ak model modeluje svoj objekt v celej jeho zložitosti a mnohostrannosti, odpadá potreba jeho vytvorenia, pretože modely sa vytvárajú, aby sme nadobudli nové vedomosti o skúmanom objekte. Model sa dá spravidla omnoho ľahšie vytvoriť ako originál.

Spomenuté charakteristiky modelu možno ilustrovať pomocou zemepisnej mapy, ktorá je typickým príkladom modelu. Každá mapa je zmluvne dohodnuté zmenšené a zovšeobecnené stvárnenie zemského povrchu. V tom úloha mapy je opačná ako úloha mikroskopu pre mikrobiológa. Mapa má nevyhnutné atribúty pre modelové stvárnenie, je určitou štruktúrou, ktorá znázorňuje určitú skutočnosť v zjednodušenej forme. Zároveň pomocou štúdia mapy sa dospieva k novým poznatkom o modelovanom objekte. V poslednom čase táto funkcia kartografického modelu nesmierne vzrástla, čo dovoľuje využívať kartografiu pri riešení zložitých otázok ekonomickej a technologickej povahy.

1.2 Klasifikácia modelov

Vo vede i v praxi sa vo väčšine prípadov pristupuje k vytváraniu myslených konštrukcií, ktoré hrajú úlohu modelov. Lenže možné sú aj také prípady, keď sa ako modely použijú reálne existujúce objekty, ktoré sú podobné, alebo sa pokladajú za podobné objektu, ktorý skúmame. V tejto súvislosti modely môžu byť **prirodzené objekty** alebo **umelo vytvorené objekty**.

1. Pri projektovaní a budovaní nových systémov alebo pri výrobe určitých produktov sa veľmi často vytvárajú **prototypy**, ktoré stelesňujú dôležité črty objektu, ktorý sa má realizovať. Ak sa pri skúmaní týchto prototypov získa nová informácia, skúmajú sa ako modely. V mnohých prípadoch sa vytvárajú aj tzv. **pokusné provizóriá**, ktoré znamenajú kvantitatívny model pre plánovaný technologický komplex. Ak pokusné provizórium dáva negatívne výsledky, mení sa základný projekt alebo prijatý plán.
2. Metóda modelovania nachádza špecifické využitie pri skúmaní takých javov, ako je spotrebiteľský dopyt, verejná mienka, správanie určitej sociálnej skupiny atď.

V takýchto prípadoch sa používa teória **reprezentatívneho výskumu**. Podľa tejto teórie sa vyberá určitá skupina osôb, ktoré sa skúmajú z hľadiska vytýčeného cieľa, napr. skúma sa ich reakcia na isté udalosti, ich správanie v danej situácii atď. Ak sa správne postupuje, získava sa prameň hodnotnej informácie, ktorá sa postupne rozširuje na celé obyvateľstvo, alebo na všetkých členov skúmanej sociálnej skupiny. V tomto prípade ide o svojrázne pokusné provizórium, ktoré má charakter modelu, avšak je potrebné presne dodržiavať určité pravidlá, formulované teóriou štatistiky. Má pritom svoje „slabé“ stránky, späť medziiným s okolnosťou, že v procese sociálneho experimentovania je prakticky nemožné izolovať skúmaný objekt od okolitého prostredia a od vzájomného pôsobenia ostatných spoločenských javov a procesov.

3. **Rozvoj praxe a vedy si vynútil a umožnil tzv. matematické modelovanie, čo do značnej miery eliminuje nedostatky iných foriem sociálneho modelovania. Matematický model je vlastne akýsi opis štruktúry a správania objektov matematickými prostriedkami. Matematické modely sú rôzne. Môžu vyjadrovať charakteristiky systému, rovnice, opisujú pohyb systému, grafy a tabuľky pre opis prechodu systému z jedného stavu do iného atď. Keď sa matematika používa v oblastiach, ktoré sú dostatočne určené, je silným a nenahraditeľným prostriedkom na prekonávanie subjektivismu v teórii a praxi. V súčasnosti sa matematické modelovanie spája s využitím počítačov, čo vnáša zásadne nové momenty do celej teórie a praxe modelovania. Využívanie výpočtovej techniky je jedným z najistejších prostriedkov realizácie vedeckého postupu v riadení, pričom sa metóda modelovania pozdvihne na kvalitatívne novú úroveň.**
4. Dnes veľmi vzrastá úloha **štruktúrnych a funkčných modelov**. Možnosť budovania týchto modelov je podmienená faktom, že každý objekt má *funkčnú stránku*, t.j. určité správanie a zároveň sa charakterizuje *vnútorným štruktúrnym obsahom*. Tým je zásadne možné modelovať správanie aj štruktúru daného systému. Štruktúrne a funkčné modelovanie nachádza široké uplatnenie v teórii riadenia, presnejšie pri projektovaní a budovaní systémov riadenia. Jednou zo základných požiadaviek pri budovaní riadiaceho systému je projektovať takú štruktúru, ktorá by optimálne realizovala funkcie riadenia.

V závislosti od úrovne organizácie objektu, modely môžu byť *sublokálne, lokálne, superlokálne, superglobálne* atď.

Zaujímavé sú modely, ktoré sa rozlišujú podľa počtu modelovaných objektov. Tu sú možné *singulárne modely*, ktoré sa vzťahujú na jeden objekt určitého rozmeru (napr. na kúpyschopnosť jednej skupiny v danom roku), *binárne modely* (zahrnujú dva objekty toho istého rozsahu – napr. vzťah medzi dvoma podnikmi), *multipletné modely* (keď sú modelované viac ako dva objekty).

Pozornosť si zasluhuje aj klasifikácia modelov, ktorá je spätá s charakterom procesu vytvárania modelov. Popri čisto *diskrétnych modeloch* existujú „modelujúce“ (adaptívne) modely, ktoré napr. dovoľujú, aby sa riadiaci systém stále adekvátnejšie prispôboval meniacim sa podmienkam.

Modely sa môžu rozlišovať aj podľa množstva metód, používaných pri ich modelovaní. Vzhľadom na to sú možné *simplexné modely* (pri využívaní jednej metódy), *duplexné modely* (pri využití dvoch metód), *komplexné modely* atď.

1.3 Etapy modelovania

Stále širšie využitie vo sfére riadenia nachádza **operačný výskum**. **Osobitné miesto v tejto oblasti zaujímajú otázky vytvorenia modelov a ich praktické využitie**. Je dôležité vedieť, ako postupovať pri realizácii operačného projektu. Môžeme rozlíšiť niekoľko základných etáp tejto realizácie:

1. **Formulácia úlohy.** Úloha sa musí formulovať z hľadiska jednak osoby, riadiacej operácie, t.j. subjektu, ktorý rozhodne, jednak vykonávateľa operačného projektu. Stanovenie úlohy z hľadiska výskumníka si vyžaduje vykonať rozbor systému, ktorý riadi, jeho cieľov a možných variantov činnosti. Treba tiež určiť, ktorý z variantov je najefektívnejší vzhľadom na cieľ práce. Takže ešte v tejto etape treba stanoviť určité kritériá efektívnosti.
2. **Zostavenie matematického modelu skúmaného systému.** Model vyjadruje efektívnosť systému ako funkcie množiny premenných, z ktorých aspoň jedna sa podrobuje riadeniu.
3. **Proces riešenia pomocou modelu.** Analogické procesy sa pripravujú na využitie matematickej dedukcie. Číselné procesy sa skladajú z výberu rôznych významov riadiacich premenných v modeli, porovnania dosiahnutých údajov a výberu tých kombinácií, ktoré by zaručovali optimálne riešenie.
4. **Preskúšanie modelu a riešenia dosiahnutého s jeho pomocou.** Rozhodnutie sa môže hodnotiť porovnaním výsledkov dosiahnutých bez jeho využitia a s ním. Toto zhodnotenie možno urobiť retrospektívne, využitím skôr získaných údajov alebo pomocou praktických pozorovaní a predbežných funkčných skúšok.
5. **Vytváranie postupov pre dodatočnú úpravu riešenia.** Rozhodnutie získané pomocou modelu má reálnu hodnotu len pre dobu, v ktorej neriadiace premenné si zachovávajú svoj význam a pomer medzi premennými v modeli je rovnaký. Pri každej podstatnej zmene tohto pomeru rozhodnutie prestáva byť nástrojom riadenia. Úlohou tu je rozpracovať mechanizmus, ktorý by určoval, kedy vznikajú podstatné zmeny a stanoviť pravidlá takej modifikácie rozhodnutia, ktorá by brala do úvahy tieto zmeny.
6. **Uskutočnenie rozhodnutia.** Overené rozhodnutie musí byť vyjadrené vo forme zrozumiteľných a pre osvojenie prístupných pracovných postupov. Zároveň je potrebné stanoviť a brať do úvahy zmeny v predošlých postupoch a prameňoch.

Tieto etapy sa spravidla vykonávajú v poradí, v akom sú opísané, avšak niektoré z nich môžu prebiehať (a reálne aj prebiehajú) súčasne. Napr. formulovanie úloh v mnohých prípadoch pokračuje do konca celkového výskumu.

Existujúce modely, používané pri operačnom výskume, môžeme rozdeliť na tri typy: **názorné (modely geometrických vzorov), modely analógie a symbolické (matematické).**

- **Názorný model** - je podobný alebo sa pokladá za podobný originálu. Takéto modely sú napr. fotografia, obraz, socha, glóbus a i. Môžu sa využiť pri výskume výrobných systémov a projektovaní nových podnikov. Ale tieto modely nie sú schopné znázorňovať dynamiku javov (napr. pracovné operácie v danom závode). Spravidla názorné modely sú prispôsobené tak, aby znázorňovali statický alebo dynamický jav v určitom časovom okamihu.
- **Model (analógia)** - predstavuje súhrn vlastností prostredníctvom iných vlastností. Príkladom pre taký typ modelov sú grafy, ktoré sú veľmi vhodné pre vyjadrovanie kvantitatívnych vzťahov a umožňujú predpovedať, ako zmena jedných vlastností sa bude odrážať na stave na stave iných vlastností. Tieto modely sú vhodné na znázorňovanie dynamických procesov alebo systémov. Je možné vytvoriť model, ktorého fungovanie by sa podobalo práci bežiaceho pásu v závode, kde by sa odrážala kolísavosť pri hľadaní patričnými zmenami niektorých vstupných veličín modelu atď. Prednosť týchto modelov spočíva najmä v tom, že majú veľkú univerzálnosť. K tomu typu modelov patria tzv. univerzálne analógové konštrukcie. V mnohých prípadoch vytvorenie modelov – analógií je príliš ťažké, pretože štúdium dynamiky objektu je časovo veľmi náročné. Tieto ťažkosti sa ľahko eliminujú pomocou matematických modelov, ktoré sa široko využívajú pri operačných výskumoch.
- **Symbolický model** - *používa rôzne symboly pre vyjadrenie vlastností skúmaného systému (pomocou matematickej rovnice alebo systému rovníc). Obyčajne je tento model najzložitejší a zároveň najvšeobecnejší a najabstraktnejší. Najčastejšie slúži nie na opis, ale na vysvetľovanie javov a predpovedanie následkov zmien v parametroch reálneho systému. Výskum dynamiky daného javu možno uskutočniť pomocou modelov – analógií, ako aj symbolických modelov.*

1.4. Ako modelovať?

Modelovanie je v podstate nemožné, ak nie je k dispozícii vopred určená informácia o skúmanom objekte, ktorú sme už nazvali *apriórnu informáciou*. Svojráznosť skúmaného postupu možno vyjadriť asi takto:

- Modelovanie sa robí preto, aby sa získala nová informácia o objekte, pričom zároveň predpokladá prítomnosť nejakej informácie o samotnom objekte. Bez takejto predbežnej informácie by sa nedala realizovať požiadavka, podľa ktorej sa model má nachádzať v určitom vzťahu ku skúmanému objektu. Skôr ako sa modeluje a aby sa mohlo modelovať treba vedieť, čo sa bude modelovať.
- Reálny problém v praxi modelovania je, aká informácia je práve potrebná, aby sa dala vedecky modelovať. Je zrejmé, že táto informácia musí byť *dostatočná*, aby sa mohla realizovať požiadavka aktuálnosti modelu, a zároveň do určitej miery

neúplná, lebo práve neúplnosť podmieňuje potrebu modelovania. Okrem toho nie každá informácia je využiteľná pre ciele modelovania.

- Modelovanie nemá za úlohu iba ilustrovať niektorý všeobecno-teoretický princíp, ale zaznamenávať konkrétny stav skúmaného objektu. Konkrétne pri modelovaní určitého javu treba brať do úvahy etapu rozvoja, tradície, spojené s vývojom javu, stupeň jeho zrelosti atď. To všetko si vyžaduje, aby všeobecná teória bola do určitej miery transformovaná na konkrétno-praktický poznatok. Úlohu takého poznatku môžu vykonávať nazhromaždené skúsenosti. V iných prípadoch vzniká potreba konkrétneho výskumu. No, vo všetkých prípadoch musí „východisková informácia“ pri modelovaní obsahovať určitý objem konkrétno-praktických poznatkov o modelovanom objekte.
- Samotný proces modelovania má určité zvláštnosti, ktorými sa odlišuje od procesu utvárania teórie. Sem patrí predovšetkým požiadavka, podľa ktorej model má znázorňovať do určitej miery prototyp, a zároveň sa od neho líšiť. Ktoré sú nevyhnutné a dostatočné podmienky, aby sa mohla realizovať podobnosť, vzájomný pomer atď. modelu so skúmaným objektom? A ďalej: ako sa dá určiť samotná podobnosť?
- V praxi modelovania a experimentovania nadobúda stále väčší význam teória podobnosti. Táto teória dáva matematickú odpoveď na otázky ako zachovať danú podobnosť a ako preniesť získané výsledky zo skúmaného modelu na reálny objekt (prototyp).
- V praxi modelovania vznikajú aj mnohé iné otázky. Napr. zmenšené stvárnenie kartografického objektu na mape musí brať do úvahy geometrickú presnosť a zemepisnú pravdivosť stvárneného objektu a potrebu generalizácie. Pre správne riešenie týchto otázok je potrebné podrobné a precízne teoreticko-gnozeologické spracovanie. Chyby, ktorých sa dopúšťame v generalizácii pri modelovaní, sú podmienené medziiným aj neznalosťou všeobecnej logiky alebo logiky stvárňovania javov. V procese tvorby väčšiny modelov hrá značnú úlohu abstrahovanie, zovšeobecňovanie, idealizácia. Prvoradý význam má aj otázka, ktoré „výrazové“ prostriedky sú najvhodnejšie pri budovaní jedného alebo druhého modelu. Tak napr. v kartografii existuje špecifický aparát výtvarných prostriedkov pre znázornenie objektu.

Metóda modelovania sa nezadržateľne presadzuje ako účinný a nenahraditeľný prostriedok vedeckej analýzy. Táto metóda je však efektívna len vtedy, keď sa používa kompetentne.

2. CHARAKTERISTIKA TEÓRIE MODELOVANIA

2.1 Základné pojmy teórie modelovania

V súvislosti s matematickým riešením ľubovoľných (technických, sociálnych. Technologických a iných) úloh sa v teórii modelovania často vyskytuje pojem **system**.

Vo všeobecnosti možno systém definovať ako „**súbor vybraných objektov, označovaných ako prvky systému alebo podsystémy, ktoré na základe vzájomných vzťahov a vzťahov k okoliu tvoria celok istých vlastností**“.

Všeobecne rozlišujeme štruktúru a cieľové správanie systémov.

- **Štruktúra** zahŕňa počet a charakteristiky podsystémov, ako aj ich vzájomné vzťahy (väzby, prepojenia) v systéme. Zobrazením štruktúry je napr. bloková schéma regulačného systému.
- Systémy, ktoré vytvoril človek za daným účelom, pôsobia na svoje okolie a reagujú na vonkajšie vplyvy alebo na zmeny stavov vlastnej štruktúry (poruchy, spätné väzby a pod.) charakteristickým spôsobom. Toto charakteristické pôsobenie a reagovanie sa nazýva **cieľovým správaním systému**. Matematickým vyjadrením cieľového správania systému je vzťah medzi jeho vstupmi a výstupmi. Operátor (jednoznačný, viacznačný, deterministický, stochastický, resp. lineárny alebo nelineárny) transformácie vstupov do výstupov sa v čase buď nemení (vtedy pri stálych vstupoch sú stále výstupy a priebeh procesov v systéme je stacionárny, t.j. ustálený), alebo je premenný (dynamické systémy). Zmena operátora je dôsledkom zmeny vnútorného stavu systému.

Podľa účelu sledovaného cieľovým správaním alebo viac-menej subjektívne priradovaného cieľovému správaniu, ako aj podľa formy existencie prvkov systému (anorganické, organické, biologické objekty, ekonomické, právne, filozofické, matematické pojmové kategórie a pod.) sa systémy zatriedujú do rôznych skupín a podskupín. Napr. systémy automatického riadenia, systémy informácie, ekonomické, biologické, výrobné, technické systémy atď.

Súčasný vývoj techniky dospel k tzv. **veľkým zložitým technickým systémom**. Pod označením „veľký systém“ treba rozumieť, že systém je veľký nielen z hľadiska počtu tvoriacich ho prvkov (zariadení, prístrojov a pod.), ale aj podľa počtu vstupných a ďalších veličín charakterizujúcich jeho činnosť a podľa počtu vzťahov medzi týmito veličinami. Zložitosť systému sa posudzuje podľa zložitosti vzťahov medzi zúčastnenými veličinami, podľa spôsobu reakcie (odozvy) prvkov (lineárne, nelineárne) na vonkajšie podnety (vstupy) a podľa zložitosti vplyvu spätných väzieb.

Podľa súčasných tendencií úlohou vedy je rozvíjať teórie fyzikálnych dejov, operácií, procesov a veľkých zložitých systémov, a na základe týchto teórií:

- zisťovať zmeny výkonnosti, výťažku alebo nákladov pri dostatočne širokej zmene hodnôt premenných a parametrov systému (podsystému) bez meraní na príslušnom priemyselnom zariadení. Táto úloha je aktuálna vtedy, keď sa výroba ešte iba projektuje alebo keď experimentovanie na výrobnnej linke by spôsobilo neprípustné straty, hrozilo by riziko havárie, vyžadovali by sa nákladné prístroje a ich zložitá montáž, presahovali by sa možnosti prevádzky a pod. Jej cieľom môže byť ekonomický rozbor, optimalizácia, poznanie vlastností systému pri extrémnych podmienkach a oboznámenie obsluhujúceho personálu s vlastnosťami systému.
- definovať účelové funkcie pre optimalizáciu technologických systémov a vypracovať metódy na stanovenie ekonomicky optimálnych podmienok ich činnosti. Optimalizácia sa môže týkať daného systému bez zmeny jeho štruktúry,

intenzifikácie s obmedzenou zmenou štruktúry nahradením obmedzujúcich prvkov alebo výberu spomedzi alternatívne uvažovaných systémov s rôznou štruktúrou.

- preskúmať dynamické vlastnosti technologických systémov (podsystemov) a poskytnúť podklady pre samočinné riadenie procesov riadiacim počítačom alebo pre zdokonalenie riadenia.
- vypracovať metódy výpočtu rozmerov a iných technických parametrov zariadení.
- hľadať pre technologické operácie nové rýchlejšie deje alebo vhodnejšie kombinácie známych dejov a dať podklady pre návrh konštrukcie potrebných aparátúr.
- modelovaním stanoviť tie chýbajúce hodnoty technických parametrov zariadenia pri jeho projektovaní, pre ktoré nemáme podklady.

Úsilie o exaktné riešenie úloh praxe (technologických procesov) prináša so sebou rastúci objem vedeckej práce, ktorá vyžaduje široké i hlboké vedomosti z matematiky, fyziky, ekonomiky, teórie modelovania, optimalizácie, automatického riadenia (ovládanie, regulácia a riadenie na kybernet. princípoch) zložitých systémov.

Vysoké nároky na odbornosť pri projektovaní, realizácii a vývoji veľkých zložitých systémov vyžadujú kolektívnu prácu rozličných skupín vedcov a inžinierov, ktorí majú vzdelanie a prax v potrebných úzkych alebo širších oblastiach. Súborný obsah poznatkov (metód, prostriedkov a postupov pre výskum, projektovanie a využívanie veľkých zložitých systémov a podsystemov ich riadenia), ktoré by mali títo pracovníci ovládať, označuje sa ako systémové inžinierstvo.

2.2 Pracovné metódy používané pri modelovaní

Pracovné metódy, ktorými sa v súčasnosti na vedeckej úrovni rieši drvivá väčšina úloh, možno zatriediť do dvoch základných skupín, ktoré sú označené názvami:

- ➔ **matematické modelovanie,**
- ➔ **experimentálne modelovanie.**

2.2.1 Matematické modelovanie (základné pojmy)

Všeobecne sa pri matematickom modelovaní rozlišujú dve štádia:

1. **zostavovanie matematického modelu,**
2. **analýza matematického modelu.**

Ak matematické modely opisujú komplexne fyzikálne, technologické a ekonomické stránky procesov (systémov, podsystemov) a sú zamerané na riešenie problémov efektívnosti alebo automatizácie, označujú sa obe štádia, t.j. celé matematické modelovanie, súborným názvom **analýza procesov (podsystemov, systémov)**. Pri veľkých zložitých systémoch sa namiesto termínu analýza systémov zaužívalo synonymum – **systémová analýza**. Týmto názvom sa označuje aj súbor metód vypracovaných na riešenie uvedených problémov v prípade veľkých zložitých systémov.

1. Zostavovanie matematického modelu.

Zostavovanie sa začína formulovaním problému, pokračuje stavbou teoretického modelu a končí sa odvodením a názorným usporiadaním pre riešenie potrebných rovníc. Táto sústava rovníc (vrátane dopĺňajúcich podmienok) sa nazýva **matematickým modelom** daného problému.

- **Formulovanie problému.** Prvou etapou pri riešení úlohy vôbec je formulovanie problému ako abstraktnej predstavy, ktorá kladie východiskové a hľadané údaje do takých súvislostí, aby sme v hlavných črtách „videli“ realizovaný zodpovedajúci systém s niektorými jeho vlastnosťami a sú nám jasné hlavné úlohy riešenia.
- **Zostavenie teoretického modelu problému.** Súborná, na rámec daný formuláciou problému viazaná fyzikálna, slovami (bez matematického opísania) vyjadriteľná predstava riešiteľa, nazýva sa teoretickým modelom tohto problému. Pri zostavovaní teoretického modelu aplikujeme na rámcovú predstavu o fyzikálnej povahe systému (danú formuláciou problému) fyzikálne, biologické, ekonomické atď. zákony a hypotézy o tých deterministických dejoch a stochastických procesoch, ktorými naplníme pojmový obsah modelu. Pomocou týchto základných predstáv rozlišujeme v rámci systému a do neho dopĺňame jednotlivé podsystémy tak, že súčasne vyznačujeme ich vzájomné vzťahy, ako aj vzťahy k okoliu.

Úsilie o zostavenie uceleného teoretického modelu sa nemusia končiť úspešne. V najhoršom prípade teoretický model obsahuje iba súbor zúčastnených druhov fyzikálnych veličín a niektoré z nich zaradíme do tohto súboru iba na základe hypotézy. V priaznivom prípade možno pomocou teoretického modelu zostaviť matematický model. Zostavovanie matematického modelu je pri súčasnej výpočtovej technike jediným „úzkym miestom“ matematického modelovania, t.j. pomerne často nevieme model zostaviť.

Zostavovanie matematických modelov pre veľké zložité systémy vyžaduje osobitný (tzv. systémový) prístup, ktorý je zahrnutý v metódach systémovej analýzy.

Fyzikálny obsah teoretického modelu je vždy chudobnejší ako fyzikálny obsah zodpovedajúceho technického problému. To je dané najmä procesom abstrakcie, v ktorom vynecháme z hľadiska riešeného problému nepodstatné znaky systému a jeho vzťahu k okoliu, ale aj historickou povahou procesu poznávania, subjektívnymi a objektívnymi možnosťami matematického opisu teoretického modelu, možnosťami riešenia matematického modelu a nákladmi na toto riešenie a pod.

Matematický model je sústava rovníc (vrátane dopĺňajúcich podmienok k diferenciálnym rovniciam), ktoré stačia na výpočet všetkých neznámych teoretického modelu, doplnená ohraňovaniami kladenými na parametre a premenné.

Matematický model môže obsahovať aj empirické (korelačné) rovnice. Niektoré bezprostredne zostavené matematické modely sa dajú dodatočnou úvahou zjednodušiť, napr. vynechaním člena v diferenciálnej rovnici na základe porovnávania rádu jednotlivých členov, dosadením reprezentatívnej strednej

hodnoty (tzv. sústredeného parametra) namiesto hodnôt priestorovo nehomogénneho poľa premennej alebo nahradením derivácie diferenciami, čím sa daný podsystém rozdelí na ďalšie podsystémy.

Z praktických dôvodov sa matematické modely „zobrazujú“ vo forme vývojových diagramov riešenia problému matematickým modelovaním, ktoré majú znázorňovať:

- v hrubých črtách fyzikálny obsah teoretického modelu,
- ako možno pri riešení využiť jednotlivé rovnice a dopĺňajúce podmienky matematického modelu.

Pri zostavovaní matematického modelu je vhodný tento postup:

- Rovnice a podmienky modelu zostavíme do skupín podľa nimi opísaných dejov v podsystémoch a podľa vzťahov medzi jednotlivými dejmi alebo podsystémami, resp. medzi podsystémami a okolím.
- Rovnice v skupinách posudzujeme z hľadiska súvislosti typu príčina – následok, ktorými sa vyjadruje fyzikálny obsah. Zisťujeme, že niektoré z nich tvoria priame postupnosti, v ktorých sa neznáme veličiny dajú vylúčiť metódou postupného dosadzovania. Podľa týchto postupností zaradíme rovnice za sebou v diagrame.
- Koncové funkcie niektorých postupností obsahujú už iba známe veličiny alebo vyúsťujú do riešenia viacerých rovníc, ktoré otvárajú nové postupnosti atď. Ak sme niektorú neznámu veličinu konečne vyjadrili pomocou známych veličín, potom spätnými väzbami znázorníme vyjadrenie ďalších neznámych v postupnosti.
- Vývojový diagram riešenia problému matematickým modelovaním je formou vývojového diagramu. Predstavuje prechod od matematického modelu k vývojovému diagramu riešenia matematického modelu, kde sa už berie do úvahy použitá výpočtová technika, resp. konkrétny algoritmus riešenia so zreteľom na istú výpočtovú techniku.

2. Analýza matematického modelu (matematické experimentovanie, simulácia).

Analýza matematického modelu sa začína voľbou metodiky riešenia, pokračuje riešením podľa zvoleného algoritmu a končí sa interpretáciou výsledkov vo forme odpovede na otázky zadané vo formulácii problému.

Riešenie matematického modelu na počítačoch nahrádza experiment na reálnom systéme, a preto ho nazývame **matematické experimentovanie alebo simulácia**. Simulácia je širší pojem ako matematické experimentovanie a všeobecne značí štúdium cieľového správania, resp. vnútorných vlastností systému alebo jeho časti riešením príslušného matematického modelu pri známych všetkých v modeli vystupujúcich základných parametroch zariadení (matematická simulácia) alebo meraním na zodpovedajúcom fyzikálnom modeli (experimentálna simulácia).

Pojem základné parametre systému má konkrétny fyzikálny obsah. Ak máme postaviť fyzikálny model nejakého technologického zariadenia, musíme poznať geometriu a isté parametre tohto zariadenia. Nimi sú jednoznačne dané ďalšie parametre

zariadenia, napr. typom a rozmermi výmenníka tepla je daná jeho teplovýmenná plocha a pod. Parametre oboch uvedených druhov sú základnými parametrami zariadenia.

V prípade matematickej simulácie pri stacionárnych procesoch v systéme sa vzhľadom na odlišnosť metód riešenia rozlišujú **otvorená simulácia (open simulation)** a **riadená simulácia (controlled simulation)**.

- ☛ Pri otvorenej simulácii sú zadané (známe) parametre vstupných prúdov a základné parametre zariadení systému. Vypočítavame napr. parametre výstupných a cirkulačných (vnútorných) prúdov, ako aj profily závisle premenných v danom zariadení.
- ☛ Pri riadenej simulácii sú vždy zadané (známe) základné parametre zariadení a parametre aspoň niektorých výstupných prúdov alebo pri známych základných parametroch zariadení jestvujú obmedzenia na profily závisle premenných v zariadení (napr. jestvuje maximálna prípustná hodnota teploty), resp. sa špecifikujú niektoré recyklové prúdy vnútri systému. Treba vypočítať napr. neznáme parametre všetkých ostatných výstupných prúdov a nezadané parametre vstupných prúdov, profily závisle premenných v každom zariadení a pod.

Matematická simulácia nezahŕňa riešenie všetkých problémov, pre ktoré sa dajú zostaviť matematické modely. Zrejmu výnimku predstavujú problémy s neznámymi základnými parametrami zariadení (tzv. návrhové problémy) a optimalizácia.

Výsledky výpočtov z číslicových počítačov môžeme spracovať ako experimentálne údaje, t.j. spracujeme ich graficky a hľadáme vhodnú korelačnú rovnicu.

Hodnotenie adekvátnosti matematického modelu.

Posúdiť mieru adekvátnosti matematických modelov je pri jednotlivých problémoch rozlične obtiažne. Modely odvodené na základe všeobecne uznávaných zákonov (axióm) pokladáme apriórne za adekvátne, ak niet pochyb o správnosti aplikácie týchto zákonov. Adekvátnosť sa však môže podstatne narušiť vplyvom neformulovaných predpokladov, ktorých prijatie si riešiteľ ani nemusí uvedomiť.

Uznávaným kritériom správnosti matematických modelov je prax. Zásadne sa treba vždy usilovať o matematické modelovanie a začínať riešenie tým, že sa pokúšame vytvoriť dostatočne adekvátny teoretický model. Ak dosiahneme cieľ, splnili sme úlohu spravidla najlacnejšie a najjednoduchšou cestou. V zápornom prípade si aspoň pripravíme podklady na úspešné experimentálne modelovanie.

2.2 EXPERIMENTÁLNE MODELOVANIE (ZÁKLADNÉ POJMY)

Pri experimentálnom modelovaní môžeme rozlišovať tri etapy:

- 1. Vypracovanie podkladov pre zostavenie a činnosť fyzikálneho alebo analógového modelu,** čo zahŕňa pokus o vytvorenie teoretického modelu, formulovanie kritérií podobnosti z výsledkov tohto pokusu a voľbu technických parametrov modelu na základe kritérií podobnosti.

2. **Zostavenie fyzikálneho alebo analógového modelu** – technicky náročná, nákladná a zdĺhavá etapa „fyzického“ napodobenia systému v zmenšenej mierke alebo zostrojenie jeho analógu a ich vybavenie meracou technikou.
3. **Riešenie úlohy na modeli a prenos údajov z modelu na dielo (simulácia).**

Experimentálne modelovanie použijeme, keď chceme overiť prijateľnosť výsledkov matematického modelovania, alebo keď teoretický model neumožňuje úplný opis rovnicami, prípadne keď zostavíme matematický model, ale nedokážeme ho riešiť.

3. KLASIFIKÁCIA MATEMATICKÝCH MODELOV

Matematické modely možno zatriediť do skupín podľa viacerých hľadísk, napr. podľa povahy veličín (determinované, náhodné veličiny), podľa princípov, na základe ktorých sú rovnice formulované (čo umožňuje systematický výklad o teoretických základoch zostavovania matematického modelu) a podľa matematickej štruktúry vzťahov v modeli (čo umožňuje systematický výklad o metódach riešenia matematických modelov).

3.1 Deterministické a pravdepodobnostné modely

Ak s presnosťou experimentálnych chýb mnohokrát reprodukuje vnútorné stavy a vstupy systémov, môžu nastať dva prípady:

- **Výstupy sa reprodukujú s presnosťou experimentálnych chýb.**
- **Výstupy sa nereprodukujú (majú náhodný charakter).**

Systémy so správaním podľa prvého prípadu sa nazývajú **deterministické** a v nich prebiehajúce deje sú determinované.

Systémy so správaním podľa druhého prípadu sú **pravdepodobnostné (nedeterministické, stochastické)** a v nich prebiehajúce deje sú náhodné.

Podľa deterministického matematického modelu sú hodnoty všetkých veličín určené alebo dané presne s pravdepodobnosťou rovnajúcou sa 1.

V pravdepodobnostnom matematickom modeli sú aspoň niektoré veličiny vyjadrené ako náhodné, t.j. určitá hodnota v určitom mieste a čase sa im priradzuje iba s určitou pravdepodobnosťou. To značí, že v určitom mieste a čase sa im namiesto ich hodnôt priradzuje iba matematicky definovateľný zákon rozdelenia náhodnej veličiny. Tzv. spojité náhodné veličiny majú spojitý zákon rozdelenia, ktorý opisuje spojitá funkcia nazývaná **hustota pravdepodobnosti** (príslušného zákona rozdelenia).