

1. VYMEDZENIE PREDMETU OPERAČNÁ ANALÝZA

Operačná analýza (operačný výskum) = súbor prístupov a metód (najmä matematických a štatistických), ktoré slúžia k riešeniu rozhodovacích problémov.

Všetky princípy a metódy v rámci operačnej analýzy sú založené na systémovom chápaní skúmaných javov a procesov. Ich riešenie sa obvykle realizuje na základe tzv. *princípu analógie*, t.j. prostredníctvom adekvátnych *matematických modelov*.

Z pohľadu zaradenia predmetu do štúdia na FBI UNIZA:

Operačná analýza – súbor relatívne samostatných oblastí aplikovanej matematiky, v ktorých sa využívajú vhodné analytické metódy pre riešenie RP, vychádzajúcich z potreby riadenia ekonomických, bezpečnostných, záchranných, infraštruktúrnych a iných systémov, zložených z ľudských zdrojov, techniky a materiálnych prostriedkov.

Základná požiadavka na rozhodovateľ'a: *schopnosť zostaviť adekvátny model analyzovaného systému*, obsahujúci súhrn a kvantifikáciu zvolených rozhodovacích faktorov ako sú *zisk, náklady, dispozičné množstvo, šanca, riziko*.

2. HISTORICKÉ MEDZNÍKY VÝVOJA OPERAČNÉHO VÝSKUMU

Vznik a rozvoj jednotlivých oblastí operačnej analýzy je spojený so snahou uplatniť metódy exaktného vedeckého riešenia problémov pre kvalifikované rozhodovanie a riadenie zložitých strategických a logistických operácií počas 2.svetovej vojny. Metódy vyvinuté pôvodne pre vojenské účely sa začali postupne aplikovať aj v ďalších oblastiach, napr. priemysle, doprave, zdravotníctve apod..

Pre ilustráciu niektoré medzníky:

- 1916 – (Lanchester) popis bojovej činnosti matematickými metódami,
- 1917 – (Edison) taktika efektívneho boja proti ponorkám, (Erlang) 1. matematický model analógovej telefónnej ústredne,
- 1926 – (Borůvka) historicky prvé algoritmy z teórie grafov (minimálna kostra grafu, optimálne spojenie v sieti),
- 1936 – (Leontieff) matematický model národného hospodárstva vyjadrený vo forme systému s určitými štruktúrnymi vzťahmi (základ pre tzv. štruktúrne modely),

- 1939 – (Kantorovič) definuje prvé typy rozhodovacích problémov, ako :
 - ⇒ rozdelenie výroby na stroje zabezpečujúce maximálnu produktivitu,
 - ⇒ maximálny plán pri zadanom sortimente,
 - ⇒ optimálne využitie strojov (mechanizmov),
 - ⇒ minimálny odpad pri delení materiálu,
 - ⇒ maximálne využitie energie,
 - ⇒ optimálne rozdelenie osevnej plochy,
 - ⇒ najvhodnejší plán prepravy a pod.
- 1944 – (Dantzig) vyvinul tzv. *simplexový algoritmus*, univerzálna metóda riešenia optimalizačných úloh popísaných lineárnymi vzťahmi - tzv. lineárne programovanie,
- 1954 – (Ford a Fulkerson) definovali prvé modely lineárneho programovania aplikované do oblasti distribučných problémov, ale aj teórie grafov.

Významný faktor aplikačných možností operačnej analýzy: rozvoj výpočtovej techniky a špecifickej softvérovej podpory, ktoré umožňujú riešenie veľmi rozsiahlych a zložitých, najmä z praxe vychádzajúcich, rozhodovacích problémov.

3. OBSAH A NÁSTROJE PREDMETU OPERAČNÁ ANALÝZA

Operačná analýza je chápaná ako disciplína aplikovanej matematiky. Primárne sa zaoberá kvantitatívnou analýzou súboru operácií v rámci určitého systému.

Operačná analýza je súhrn disciplín, zaoberajúcich sa riešením rôznych tried (druhov a typov) rozhodovacích problémov.

Základný cieľ: stanovenie takej úrovne vykonávania operácií alebo určenie ich vzájomného vzťahu, aby bolo zaistené najlepšie možné – **optimálne** – fungovanie celého systému.

Základný princíp: pre posúdenie toho, či systém po vykonaní zmien funguje horšie alebo lepšie je nutné definovať „určité kritérium“, príp. súbor viac kritérií.

Vykonávanie činností v systéme nemôže byť absolútne nezávislé – vo všetkých prípadoch na niečom závisia, napr. *na obmedzených zdrojoch* (ktoré sú pri týchto operáciách čerpané) alebo *na vykonaní iných operácií, na vonkajších vplyvoch ovplyvňujúcich fungovanie systému* a pod.

Operačná analýza = efektívny nástroj pre nájdenie najlepšieho (optimálneho) riešenia zadaného problému pri rešpektovaní rozličných zvolených obmedzení, ktoré majú na fungovanie systému významný vplyv.

***Poznámka:** Termín „operácia“ pôvodne znamenal operáciu vojenskú, dnes je pojem chápaný ako určitá činnosť zameraná na dosiahnutie stanoveného cieľa (napr. operácia bezpečnostná – ochrana strategického objektu, operácia ekonomická - návrh optimálneho plánu výroby pre maximálny zisk, operácia technologická – usporiadanie postupu výrobných operácií, optimálny plán využitia materiálových zdrojov a pod.).*

Základný nástroj operačnej analýzy = princíp tzv. **matematického modelovania**. Ak je určitý systém analyzovaný metódami operačnej analýzy, potom analýza RP využíva a pracuje iba s **teoretickým (matematickým) modelom tohto systému**.

Model = iba zjednodušený obraz systému a nemôže obsiahnuť úplne všetky vlastnosti a možné stavy riešeného systému.

Model = iba určitý obraz nejakej časti objektívnej reality.

Výhody využitia techniky modelovania (modelov):

- **štrukturalizácia systému:** špecifikácia všetkých možných variantov stavu systému,
- **analýza správania sa systému v skrátenom čase:** procesy, ktoré môžu v reálnom systéme trvať dni, mesiace, roky, na PC môžu byť simulované počas niekoľko minút,
- **experimentovanie s modelmi:** možnosť jednoduchej realizácie mnohopočetných experimentov prostredníctvom zmien ich parametrov, tzv. analýza citlivosti,
- **zníženie nákladov pri riešení problému:** náklady na realizáciu modelu sú výrazne nižšie ako pri tvorbe fyzických modelov alebo experimentovaní na reálnom systéme.

V oblastiach matematického programovania budú uvažované 2 typy modelov.

Všeobecný (ekonomický) model – predstavuje vyjadrenie rozhodovacieho problému formou jeho slovného, príp. slovne-kvantitatívneho (číselného) popisu.

Matematický model – predstavuje formálne vyjadrenie ekonomického modelu rozhodovacieho problému pomocou matematických nástrojov.

4. MODEL Y V OPERAČNEJ ANALÝZE

Model vždy predstavuje určité zjednodušené zobrazenie reálneho systému a teda nie je dokonalým obrazom skutočnosti.

Správne definovaný a vytvorený model musí vystihovať iba tie vlastnosti, ktoré z hľadiska riešeného rozhodovacieho problému považujeme za dôležité, pretože platí:

1. Pokiaľ by model do *všetkých detailov vystihoval objektívnu realitu*, stáva sa vlastne vernou kópiou reálneho systému a nie je možné už hovoriť o modeli a navyše by sa stratili všetky výhody vyplývajúce z používania techniky modelovania.

2. Čím *viac vlastností reálneho systému* model vystihuje, tým je *zložitejší a ťažšie riešiteľný*, prípadne dostupnými prostriedkami úplne neriešiteľný.

3. Ak model z hľadiska požadovaného riešenia *neobsahuje dôležité vlastnosti* reálneho systému (nepoznáme ich alebo ich do modelu zabudneme zaradiť), môžu sa výsledky z riešenia modelu, aj keď z hľadiska podstaty modelu *optimálne*, významne líšiť od skutočne „dobrého“ riešenia.

Príklad: Prevádzkujeme firmu zaoberajúcu sa autodopravou. Z dvoch rôznych skladov (S1, S2) máme zabezpečiť rozvoz tovaru k ôsmim rôznym zákazníkom (Z1–Z8). Vopred sme si zistili náklady na prípadnú prepravu na všetkých možných trasách. Známe je aj množstvo tovaru, ktoré je k dispozícii v každom zo skladov (= kapacity skladov) a tiež sú známe aj konkrétne požiadavky každého zo zákazníkov (= požiadavky zákazníkov). Úlohou je nájsť taký spôsob prepravy, aby celkové náklady na prepravu tovaru boli minimálne, t.j. pre našu firmu ziskové.

Systémový prístup a analýza problému:

Úloha je typický príklad na tzv. **dopravnú úlohu**. Pri konštrukcii modelu úlohy nie je potrebné brať na zreteľ úplne všetky vlastnosti reálneho systému, t.j. jeho prvkov - dopravnej firmy, skladov, zákazníkov a komunikácií medzi nimi.

Skutočnosti, ako napr. farba použitých automobilov, mená, vek, vzdelanie vodičov, vplyv ostatných účastníkov cestnej premávky a pod. musíme považovať pre naše rozhodovanie za úplne nepodstatné. Naopak, je možné vytipovať niekoľko vlastností, ktoré sú pre objektívne riešenie významné alebo rozhodujúce.

Napríklad, ak v modeli nezohľadníme podmienku, že je **nutné obslúžiť všetkých zákazníkov**, bolo by riešenie vychádzajúce z modelu úplne scestné. Najlacnejší spôsob dopravy, pokiaľ nie je nutné uspokojiť požiadavky všetkých zákazníkov, je totiž **nevozit' vôbec nič !!!**

4.1 Základné členenia modelov operačnej analýzy

Modely OA môžeme rozdeliť na **základe viacerých kritérií**. Napr. podľa:

- **podstaty uvažovania vstupných parametrov** použitých modelov v rámci riešenia rozhodovacích problémov rozlišujeme modely **deterministické a stochastické**,
- **druhu využívaných náhodných veličín** rozlišujeme **modely diskrétne**, kde veličiny môžu nadobúdať iba určitých hodnôt alebo - **modely spojité**, kde premenné môžu nadobúdať ľubovoľné hodnoty z určeného rozsahu.

4.1.1 Deterministické modely

Deterministický model = model, v ktorom sú všetky vystupujúce údaje jednoznačne známe a výsledkom je obvykle jednoznačné riešenie. Sú menej objektívne, nakoľko neuvažujú s pojmami neistota, riziko, pravdepodobnosť a pod.

Jedná sa o oblasti ako:

- **matematické programovanie** – členené na *lineárne* a *nelineárne* programovanie,
- **teória grafov** – modelovanie reálnych systémov, ako dopravná alebo energetická infraštruktúra, telekomunikačná sieť, počítačové siete a mnoho ďalších aplikácií
- **sieťová analýza** - nástroj pre *analýzu nadväzných projektov*, graficky vyjadrených prostredníctvom tzv. *sieťového grafu*.
- **viackriteriálne hodnotenie variantov** – nástroj pre výber najvhodnejšieho riešenia pri uvážení viacerých rozhodovacích kritérií,
- ale aj **cieľové programovanie, deterministické modely teórie zásob** a ďalšie.

4.1.2 Pravdepodobnostné (stochastické) modely

Stochastické (pravdepodobnostné) modely - uvažujú s náhodnými vplyvmi. Ich výsledky sú reálnejšie, ale riešenie je komplikovanejšie. Súvisia s oblasťami ako teória pravdepodobnosti, teória neurčitosti, matematická štatistika a pod. **Pravdepodobnostný model** je taký model, v ktorom je niektorý z jeho prvkov uvažovaný ako *náhodná veličina*. Patria sem oblasti ako:

- *teória hromadnej obsluhy,*
- *stochastické modely teórie zásob,*
- *teória obnovy objektov a ich prvkov,*
- *teória spoločlivosti prvkov zariadení* a ďalšie.

V rámci predmetu „**Operačná analýza**“ sa pravdepodobnostnými modelmi zaoberať nebudeme, pretože tieto budú obsahom nadväzného predmetu, nazvaného „**Stochastické metódy operačnej analýzy**“, ktorý je zaradený v rámci predmetov 1.ročníka 2.stupňa vysokoškolského štúdia na FBI UNIZA.

5. CHARAKTERISTIKA HLAVNÝCH OBLASTÍ OPERAČNEJ ANALÝZY

Modely operačnej analýzy, ako aj metódy ich riešenia, sú veľmi rôznorodé. Postupne sa sformovali relatívne samostatné oblasti (disciplíny) operačnej analýzy, medzi ktoré zaradujeme hlavne nasledovné oblasti.

5.1 Matematické programovanie (MP)

Slúži na riešenie optimalizačných úloh, v ktorých cieľom je nájsť extrém zadaného kritéria (napr. *zisk, náklady, objem výroby a pod.*), definovaného v tvare tzv. **kriteriálnej (účelovej) funkcie** na množine variantov riešení určených sústavou tzv. **obmedzujúcich podmienok**.

Matematické programovanie = disciplína operačnej analýzy, zaoberajúca sa riešením optimalizačných úloh, pri ktorých ide o extremalizáciu tzv. *kriteriálnej (účelovej) funkcie* na množine variantov, ktoré sú určené sústavou tzv. *obmedzujúcich podmienok*, definovaných vo forme lineárnych / nelineárnych rovníc príp. nerovníc.

Úlohy matematického programovania možno rozčleniť na:

- **Lineárne programovanie (LP)** - ak je kritériálna funkcia, ako aj všetky rovnice a nerovnice v matematickom modeli vo forme lineárnej funkcie,
- **Nelineárne programovanie (NLP)** - ak je aspoň jedna funkcia (kritériálna alebo obmedzujúca podmienka) v tvare nelineárnej funkcie a
- **Dynamické programovanie (DNP)** - samostatné odvetvie optimalizácie. Základný princíp spočíva v rozdelení veľkého problému na menšie podproblémy (analógia: *princíp superpozície v mechanike*). Čiastkové problémy vyriešime samostatne a ich výsledky „vhodne skombinujeme“ tak, že získame riešenie pôvodného problému.

Medzi najbežnejšie oblasti využitia *lineárneho programovania* patria typy modelov, ako napr. *optimalizácia výrobného programu, zmiešavacie problémy (napr. optimalizácia ponuky produktov), návrh výživy (tzv. nutričný problém), optimalizácia miery ochrany objektov, plánovanie veľkosti osevných plôch, plány rezania polotovarov, optimálne plány opráv a veľa ďalších aplikácií.*

Medzi špeciálne, ale zároveň aj jedny z najvyužívanějších úloh lineárneho programovania, patria tzv. **distribučné problémy**, ako napr. *dopravný problém* pre riešenie distribúcie tovaru od výrobcov cez medzisklady až k odberateľom, ale aj tzv. *priradovací problém*, *optimálne rozmiestňovanie zdrojov*, *lokačno-alokačné úlohy*, príp. aj špecifické úlohy tzv. *cieľového programovania* a niektoré ďalšie typy úloh.

5.2 Teória grafov a sieťová analýza (TG a SA)

Patria medzi najčastejšie využívané oblasti operačnej analýzy. **Grafy** sa tvoria prostredníctvom uzlov a hrán, pričom prostredníctvom ich vhodného a jednoznačného usporiadania je možné **znázorňovať rozličné reálne systémy**. Grafom je možné vyjadriť napr. reálnu infraštruktúrnú sieť s konkrétnymi objektmi (uzly) a spojnícami medzi nimi (hrany).

Na takto definovanej sieti je možné riešiť viac typov optimalizačných úloh, napr. *určenie najkratšej (minimálnej) cesty v grafe medzi dvoma určenými uzlami*, *úloha o určení minimálnej okružnej cesty v grafe*, *optimálne spojenie miest (kostra grafu)*, *príp. určenie maximálneho toku v grafe* a pod.

Teória grafov = analýza rozhodovacích problémov, ktorých model je vyjadrený vo forme grafu, t.j. ako množina bodov, tzv. **uzlov** a ich spojnic, tzv. **hrán**.

Jednu z aplikácií teórie grafov predstavujú aj úlohy tzv. **siet'ovej analýzy**, využívanej v oblasti **riadenia a analýzy projektov**. V takomto prípade hrany grafu *predstavujú reálne činnosti tvoriace projekt*, postupnosť hrán v grafe (určená šípkami) potom určuje *nadväznosti v realizácii týchto činností*. Každéj činnosti – hrane grafu – je pritom priradené určité ohodnotenie (napr. doba trvania činnosti, náklady na vykonanie činnosti, personálne kapacity, technické kapacity a pod.).

Cieľom analýzy takto definovanej siete je časový alebo nákladový rozbor realizácie celého nadväzného projektu (napr. výstavba nových objektov, ale tiež organizácia a riadenie jednorazových akcií, riadenie hromadných opráv technických zariadení, časové a nákladové kalkulácie v rámci technologického procesu a pod. Výsledkom je identifikácia rizikových činností, prípadne analýza rezerv v grafe a umožnenie ich objektívneho prerozdelenia medzi jednotlivé činnosti v projekte.

5.3 Viackriteriálne rozhodovanie

Zaoberá sa analýzou rozhodovacích procesov a úloh, v ktorých je pre rozhodovanie k dispozícii viac variantov možného riešenia. Tieto varianty sú následne posudzované nie podľa jedného kritéria, ale na základe niekoľkých hodnotiacich kritérií zároveň. Kritériá spravidla nie sú vo vzájomnom súlade, t.j. variant, ktorý je hodnotený najlepšie podľa jedného kritéria, nebýva najlepšie hodnotený podľa iného kritéria. U niektorých kritérií môže byť požadovaná maximálna hodnota, u ďalších naopak lepšia je hodnota najnižšia.

Viackriteriálne hodnotenie variantov (VHV) = disciplína operačnej analýzy, ktorá predpokladá posudzovanie viacerých rozhodovacích variantov súčasne podľa viacerých kritérií. Výsledkom je kompromisné riešenie.

Cieľom takýchto úloh je vyriešiť konflikt medzi navzájom protichodnými kritériami a výber jedného variantu – tzv. *kompromisné riešenie*, ktoré bude predstavovať podklad pre konečné rozhodnutie.

5.4 Štruktúrne modely (ŠM)

Zamerané na **analýzu a syntézu vzťahov (t.j. štruktúry) v riadenom systéme** (napr. výrobný podnik) za účelom získania podkladov pre rozhodovanie. Základ pri tvorbe štruktúrnych modelov tvoria informácie o štruktúrnych vzťahoch v rámci systému (napr. o vzťahoch tokov výrobkov medzi subjektmi alebo vo vnútri nich). Jedná sa najmä o materiálové alebo finančné štruktúrne vzťahy.

Štruktúrny model = matematický model určitého systému, zobrazujúci štruktúru surovinových, pracovných, nákladových a iných väzieb medzi základnými zložkami modelovaného systému navzájom, resp. medzi zložkami systému a jeho okolím. Popis má tvar SLR a vyjadruje kvantitatívne vzťahy medzi spotrebou a výrobou.

Podnikové štruktúrne modely poskytujú základné informácie o toku polovýrobkov a výrobkov, v rámci ktorého bilancujú spotrebu materiálu a podávajú informácie o množstve výrobkov. Pre analýzu vnútropodnikových materiálových tokov je vhodné zostaviť matematický model, zobrazujúci bilančné vzťahy medzi : *produkciou určenou na odbyt - celkovou výrobou - spotrebou endogénnych a exogénnych zdrojov.*

5.5 Markovovské rozhodovacie procesy (MRP)

MRP predstavujú prostriedok pre popis správania sa **dynamických**, t.j. v čase sa meniacich, **stochastických (náhodných) systémov**. Ide o systémy, ktoré sa môžu v sledovaných časových úsekoch nachádzať vždy v niektorom z konečného počtu tzv. **diskrétnych stavov**. Zmena stavov systému v jednotlivých, po sebe nasledujúcich, obdobiach obvykle podlieha náhodnému správaniu. *Cieľom tzv. Markovovskej analýzy je preto hlavne predikcia budúceho správania sa takéhoto, stochasticky definovaného, dynamického systému.*

5.6 Teória hromadnej obsluhy (THO)

THO skúma systémy, v ktorých sú dva základné typy jednotiek – **požiadavky** (prvky do systému obsluhy vstupujú a vyžadujú obsluhu) a **obslužné linky** (vyžadovanú obsluhu realizujú). S výkonom obsluhy súvisí aj vytváranie tzv. **front** a preto sa často THO nazýva aj ako **teória front**. Príkladom je napr. *obchod, banka, zdravotnícke zariadenie, križovatka, výrobná linka, železničná doprava a pod.*

Cieľom riešenia je obvykle snaha o zefektívnenie fungovania systému (napr. *minimalizácia čakacích dôb, pravdepodobnostné výpočty pre obsluhu, obmedzenie doby čakania a pod.*). **Systémy hromadnej obsluhy** skúmajú kvalitu obslužných procesov a riešia disproporcie, ktoré môžu nastať pri ich realizácii. Pomocou SHO obvykle riešime „konflikt“ medzi stupňom využitia obslužných liniek a dobou čakania požiadaviek na obsluhu vo fronte.

5.7 Teória obnovy / údržby prvkov systémov (TOaS)

Teória obnovy / údržby je oblasť operačnej analýzy, skúmajúca systémy v ktorých sú objekty, ktoré po určitej dobe používania zlyhajú a je potrebné ich opraviť (opraviteľné objekty = údržba) prípadne nahradiť novými objektmi (neopraviteľné objekty = obnova) s cieľom predikovať vekovú štruktúru a počet zlyhaných objektov v čase. Doba bezporuchovej prevádzky objektov je pritom uvažovaná ako náhodná veličina. *Cieľom analýzy a riešenia modelov obnovy je najmä odhad vekovej štruktúry objektov a predikcia počtu objektov, ktoré v jednotlivých časových obdobiach zlyhajú a bude potrebné ich nahradiť.*

5.8 Teória zásob (TZ)

Oblasť operačnej analýzy, ktorá sa zaoberá analýzou a riešením problémov **modelovania a riadenia zásob**. Zaoberá sa hlavne stratégiami riadenia procesov zásobovania a optimalizáciou objemu skladovaných zásob, najčastejšie s ohľadom na minimalizáciu nákladov, príp. strát, súvisiacich s objednávaním, udržiavaním a vydávaním zásob zo skladov.

5.9 Teória hier (TH)

Teória hier je časť operačnej analýzy, ktorá **analyzuje optimálne stratégie správania** sa účastníkov rozhodovacích situácií, ktorý si navzájom konkurujú. Je založená na tom, že mnoho rozhodovacích situácií s viac ako jedným účastníkom (rozhodovateľ) je možné definovať (popísať) ako hru, v ktorej majú jednotliví rozhodovatelia (hráči) určité stratégie svojho správania a na týchto stratégiách závisí ich výhra alebo prehra. *Teória hier sa teda zaoberá skúmaním a definovaním optimálnych stratégií v určitých rozhodovacích situáciách.*

5.10 Simulácia náhodných veličín a procesov (SNV)

Simulácia, ako experimentovanie s modelom, je často jediným možným nástrojom pre analýzu zložitých systémov. Je to v podstate iba akýsi „samostatný nástroj“ operačnej analýzy, slúžiaci ako prostriedok pre analýzu rôznych typov, najmä stochastických modelov. Simulácia je založená na experimentovaní s vytvoreným modelom skúmaného systému na počítači.

Znamená to, že simulácia je jeden z prístupov k analýze určitých typov rozhodovacích úloh, spočívajúci v **experimentovaní s vytvoreným matematickým modelom** riešeného problému na počítačoch. Významnou výhodou takéhoto prístupu je možnosť zvoliť tzv. **zrýchlený priebeh simulácie** (tzn. *počítačové spracovanie trvá oveľa kratšie ako skutočný proces*).

Takto je možné sledovať stav skúmaného systému pri zvolených zmenách parametrov ovplyvňujúcich jeho správanie a pokúsiť sa podľa výsledkov simulácie systém optimalizovať. Simulácia nie je možná bez výkonných počítačov a bez potrebného špecializovaného softvéru.

6. ZÁVER

V ďalšej prednáške už budú definované ekonomické modely skutočných úloh, budú vytvárané ich matematické modely a pomocou ich transformácie na tzv. *kanonický (zákonný) tvar*, budú prevedené na sústavu lineárnych rovníc. Budú uvedené aj možnosti riešenia (graficky, analyticky) základných typologických úloh v najvyužívanejšej časti MP a to v oblasti úloh tzv. **lineárneho programovania**.

Tu budeme pracovať **výhradne s lineárnymi modelmi**, t.j. všetky použité funkcie $F(\mathbf{x})$ a $f_i(\mathbf{x})$ v matematickom modeli budú tvorené iba lineárnymi výrazmi a matematický model úlohy bude v konečnom dôsledku reprezentovaný sústavou lineárnych rovníc s viac premennými.

Kľúčové slová z prednášky:

- **matematické programovanie (MP)** - oblasť operačnej analýzy zaoberajúca sa riešením takých optimalizačných úloh, ktoré možno popísať matematickým modelom obsahujúcim *kritériálnu funkciu* a *obmedzujúce podmienky* vo forme sústavy lineárnych či nelineárnych rovníc alebo nerovníc, ktoré definujú množinu prípustných riešení zadanej úlohy;
- **lineárne programovanie (LP)** - oblasť matematického programovania zaoberajúca sa riešením úloh pomocou modelov, v ktorých sú kritériálne funkcie, ako aj všetky rovnice a nerovnice obmedzujúcich podmienok tvorené *lineárnymi výrazmi*;
- **nelineárne programovanie (NLP)** - oblasť MP zaoberajúca sa riešením úloh, v modeloch ktorých kritériálna funkcia alebo aspoň jedna rovnica / nerovnica podmienok obsahuje *nelineárne výrazy*;
- **pravdepodobnostný model (PM)** - model, v ktorom je jeden alebo viac prvkov (elementu) udaný ako *náhodná veličina*;

- **rozhodovací proces (RP)** - proces začínajúci *identifikáciou problému*, pokračujúci jeho *analýzou* (kvalitatívna alebo kvantitatívna), *vyhodnotením* výsledkov analýz a ďalších relevantných informácií a ukončený realizáciou konkrétneho *rozhodnutia*;
- **rozhodovacie premenné** - vstupy do matematického modelu, ktoré je možné ovplyvňovať alebo riadiť tak, aby bol dosiahnutý požadovaný výsledok;
- **riešenie úlohy MP** – predstavujú konkrétne hodnoty rozhodovacích premenných (obvykle je to taká kombinácia číselných hodnôt rozhodovacích premenných, pri ktorej je splnený požadovaný cieľový stav, t.j. maximalizácia alebo minimalizácia hodnoty kritériálnej funkcie).