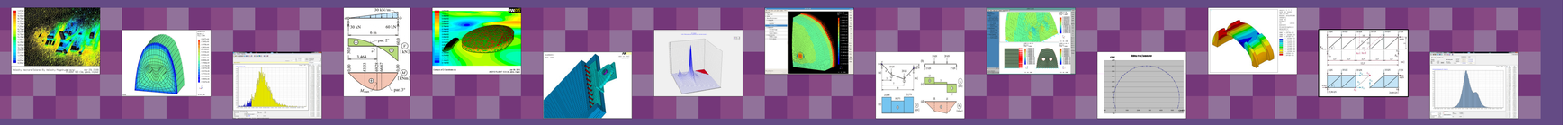
VŠB - Technická univerzita Ostrava
Fakulta stavební
Katedra stavební mechaniky - 228



STAVEBNÍ STATIKA

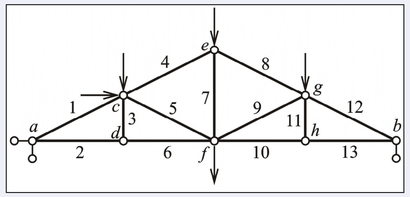
Rovinný kloubový příhradový nosník

Rovinný kloubový příhradový nosník vznikne kloubovým spojením konců přímých prutů.

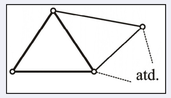
Osy všech prutů, vazby i zatížení (zpravidla jen **styčníkové**) leží ve svislé souřadnicové rovině xz.

V prutech vznikají zpravidla jen normálové (**osové**) síly.

Použití: Nosné konstrukce <u>střech</u> větších rozpětí a nosné konstrukce <u>mostů</u>

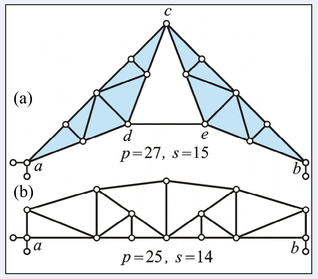


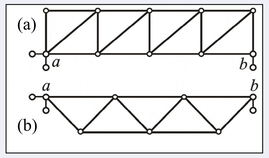
Rovinný kloubový příhradový nosník



Vytváření trojúhelníkové soustavy

Základní skladebný prvek – tzv. **příhrada** (tři pruty kloubově spojené ve třech vrcholech trojúhelníku), tvořící **trojúhelníkovou soustavu**.





Příklady trojúhelníkových soustav prutů

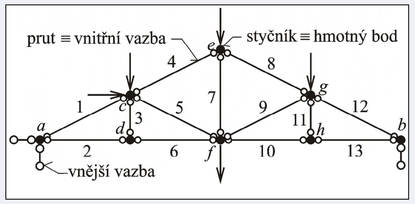
Netrojúhelníkové soustavy prutů

Stanovení statické a kinematické určitosti

Praktičtější pojetí – výpočtový model tvořen hmotnými body (ve styčnících) a vnitřními vazbami (pruty), které brání vzájemnému posunutí obou spojovaných styčníků.

Podmínka kinematické (statické) určitosti: $2.s = p + v_e$

s … počet styčníků, p … počet vnitřních prutů, v_e … počet vnějších vazeb



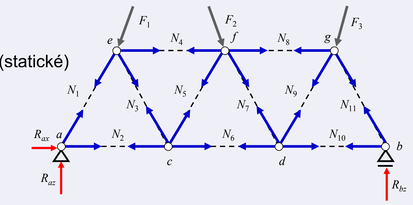
Rovinný kloubový příhradový nosník jako soustava hmotných bodů, vnitřních a vnějších vazeb

Příklad 1:

Podmínka kinematické (statické) určitosti:

$2.s = p + a_1 + 2.a_2 = 14$

Příhradový nosník **staticky i kinematicky určitý**



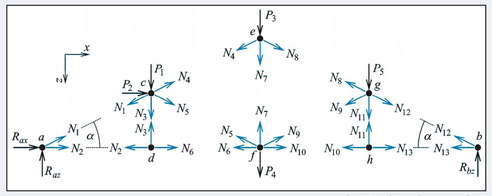
$s=7$	počet **styčníků** (v každém z nich 2 podmínky rovnováhy)
$p=11$	počet **vnitřních prutů** (v každém z nich 1 neznámá osová síla)
$a_1=1,\ a_2=1$	počet **jedno** a **dvojnásobných vazeb** (1 nebo 2 neznámé složky reakcí)

Rovinný kloubový příhradový nosník

Obecná styčníková metoda

Postup:

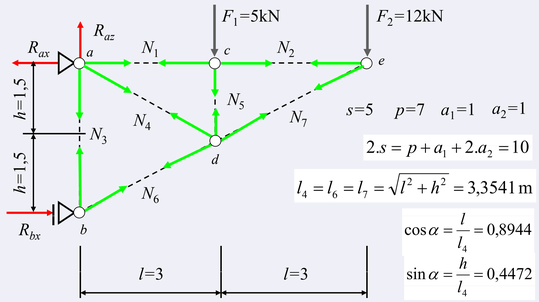
a) Odstranit všechny vnější vazby a nahradit složkami reakcí
b) Odstranit všechny vnitřní vazby a nahradit interakcemi (osovými silami)
c) Sestrojit pro každý hmotný bod (styčník) a jeho rovinný svazek sil 2 podmínky rovnováhy
d) Vyřešit soustavu $2.s$ lineárních algebraických rovnic



Styčníková metoda

Příklad 2:

Zadání: geometrie konstrukce a zatížení



$s=5 \quad p=7 \quad a_1=1 \quad a_2=1$

$2.s = p + a_1 + 2.a_2 = 10$

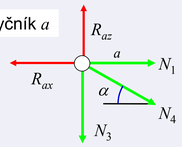
$l_4 = l_6 = l_7 = \sqrt{l^2 + h^2} = 3{,}3541\ \mathrm{m}$

$\cos\alpha = \dfrac{l}{l_4} = 0{,}8944$

$\sin\alpha = \dfrac{h}{l_4} = 0{,}4472$

Řešení – sestavení deseti styčníkových rovnic o deseti neznámých:

Styčník a



Podmínky rovnováhy ve styčníku a

1. $R_x = 0 \rightarrow -R_{ax} + N_1 + N_4.\cos\alpha = 0$

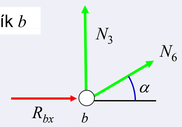
2. $R_z = 0 \rightarrow -R_{az} + N_3 + N_4.\sin\alpha = 0$

Podmínky rovnováhy ve styčníku b

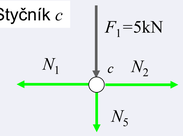
3. $R_x = 0 \rightarrow +R_{bx} + N_6.\cos\alpha = 0$

4. $R_z = 0 \rightarrow -N_3 - N_6.\sin\alpha = 0$

Styčník b



Styčník c



Podmínky rovnováhy ve styčníku c

5. $R_x = 0 \rightarrow -N_1 + N_2 = 0$

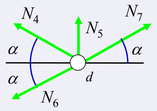
6. $R_z = 0 \rightarrow +F_1 + N_5 = 0 \rightarrow N_5 = -F_1$

Podmínky rovnováhy ve styčníku d

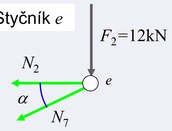
7. $R_x = 0 \rightarrow -N_4.\cos\alpha - N_6.\cos\alpha + N_7.\cos\alpha = 0$

8. $R_z = 0 \rightarrow -N_4.\sin\alpha - N_5 + N_6.\sin\alpha - N_7.\sin\alpha = 0$

Styčník d



Styčník e



Podmínky rovnováhy ve styčníku e

9. $R_x = 0 \rightarrow -N_2 - N_7.\cos\alpha = 0$

10. $R_z = 0 \rightarrow +F_2 + N_7.\sin\alpha = 0 \rightarrow +N_7.\sin\alpha = -F_2$

Zjednodušená styčníková metoda

Je vhodná pro **ruční výpočet**, řešení maximálně 2 rovnic o 2 neznámých

Postup:

a) Podmínkami rovnováhy určit **reakce** ve vnějších vazbách
b) Odstranit všechny vnitřní vazby a nahradit interakcemi (osovými silami)
c) Pro některý ze styčníků, kde se stýkají 2 pruty, sestrojit v něm styčníkové rovnice a určit obě neznámé **osové síly**
d) Pokračovat v sousedních styčnících se 2 neznámými osovými silami, sestrojit v nich styčníkové rovnice a určit obě neznámé **osové síly**
e) Zbývající 3 styčníkové rovnice použít ke **kontrole**

Rovinný kloubový příhradový nosník v praxi

Příhradové vazníky střešní konstrukce Pavilonu V z roku 2000 na Brněnském výstavišti – celkový pohled a detail

Železniční most Ostrava - Polanka

Lávka pro pěší, Ostrava – Černá Louka

Řešení deseti styčníkových rovnic o deseti neznámých:

Maticový zápis soustavy: $[A]\{x\} = \{F\}$

Matice levých stran (geometrie konstrukce, determinant nesmí být roven 0) $[A]$

Vektor neznámých kořenů (vnitřní síly a reakce) $\{x\}$

Vektor pravých stran (uzlová zatížení konstrukce) $\{F\}$

$$
\begin{array}{l}
\text{styčník } a\,\{ \\
\text{styčník } b\,\{ \\
\text{styčník } c\,\{ \\
\text{styčník } d\,\{ \\
\text{styčník } e\,\{
\end{array}
\begin{bmatrix}
-1 & 0 & 0 & +1 & 0 & 0 & +\cos\alpha & 0 & 0 & 0 \\
0 & -1 & 0 & 0 & 0 & +1 & +\sin\alpha & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +\cos\alpha & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -\sin\alpha & 0 \\
0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\cos\alpha & 0 & -\cos\alpha & +\cos\alpha \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin\alpha & -1 & +\sin\alpha & -\sin\alpha \\
0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\cos\alpha \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sin\alpha
\end{bmatrix}
\cdot
\begin{Bmatrix}
R_{ax} \\ R_{az} \\ R_{bx} \\ N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \\ N_5 \\ N_6 \\ N_7
\end{Bmatrix}
=
\begin{Bmatrix}
0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -F_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -F_2
\end{Bmatrix}
$$

Po dosazení:

1.	-1	0	0	1	0	0	0,8944	0	0	0	29,00	0
2.	0	-1	0	0	0	1	0,4472	0	0	0	17,00	0
3.	0	0	1	0	0	0	0	0	0,8944	0	29,00	0
4.	0	0	0	0	0	-1	0	0	-0,4472	0	24,00	0
5.	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	24,00	0
6.	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	14,50	-5
7.	0	0	0	0	0	0	-0,8944	0	-0,8944	0,8944	5,59	0
8.	0	0	0	0	0	0	-0,4472	-1	0,4472	-0,4472	-5,00	0
9.	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	-0,8944	-32,42	0
10.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,4472	-26,83	-12

Příklad 3:

Zadání: geometrie konstrukce a zatížení – viz **příklad 2**

Řešení: Výpočet **reakcí** z podmínek rovnováhy

1. $R_z = 0 \quad +F_1 + F_2 - R_{az} = 0$

$R_{az} = 17\mathrm{kN}(\uparrow)$

2. $\sum M_a = 0 \quad R_{bx}.2h - F_1.l - F_2.2l = 0$

$R_{bx} = 29\mathrm{kN}(\rightarrow)$

3. $\sum M_b = 0 \quad R_{ax}.2h - F_1.l - F_2.2l = 0$

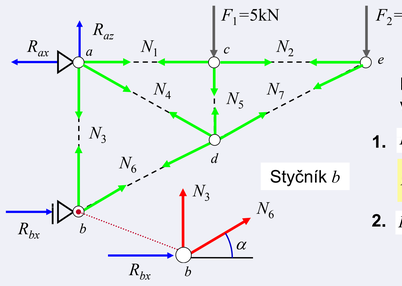
$R_{ax} = 29\mathrm{kN}(\leftarrow)$

4. $R_x = 0 \quad -R_{ax} + R_{bx} = 0$

Kontrola

Výpočet **vnitřních sil**:

Volba styčníku spojujícího 2 pruty (b nebo e) - jsou pouze 2 neznámé



Podmínky rovnováhy ve styčníku b

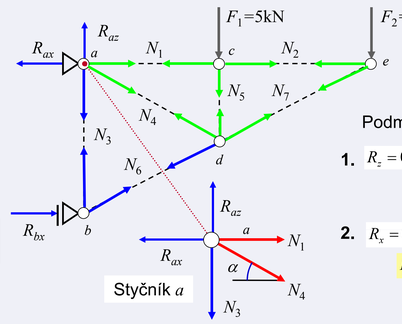
1. $R_x = 0 \rightarrow +R_{bx} + N_6.\cos\alpha = 0$

$N_6 = -\dfrac{R_{bx}}{\cos\alpha} = -32{,}4230\mathrm{kN(tlak)}$

2. $R_z = 0 \rightarrow -N_3 - N_6.\sin\alpha = 0$

$N_3 = -N_6.\sin\alpha = 14{,}5\mathrm{kN(tah)}$

Volba dalšího styčníku tak, aby další dvě sestavené rovnice obsahovaly pouze dvě neznámé



Podmínky rovnováhy ve styčníku a

1. $R_z = 0 \rightarrow -R_{az} + N_3 + N_4.\sin\alpha = 0$

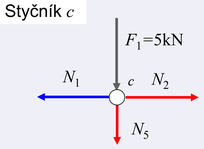
$N_4 = \dfrac{R_{az} - N_3}{\sin\alpha} = 5{,}5902\mathrm{kN(tah)}$

2. $R_x = 0 \rightarrow -R_{ax} + N_1 + N_4.\cos\alpha = 0$

$N_1 = R_{ax} - N_4.\cos\alpha = 24\mathrm{kN(tah)}$

Obdobně ve zbývajících styčnících:

Styčník c



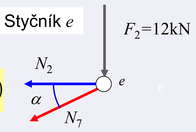
Podmínky rovnováhy ve styčníku c

1. $R_x = 0 \rightarrow -N_1 + N_2 = 0 \qquad N_2 = N_1 = 24\mathrm{kN(tah)}$

2. $R_z = 0 \rightarrow +F_1 + N_5 = 0 \qquad N_5 = -5\mathrm{kN(tlak)}$

Podmínky rovnováhy ve styčníku e

Styčník e



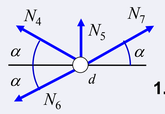
1. $R_x = 0 \rightarrow -N_2 - N_7.\cos\alpha = 0$

$N_7 = -\dfrac{N_2}{\cos\alpha} = -26{,}8328\mathrm{kN(tlak)}$

2. $R_z = 0 \rightarrow +F_2 + N_7.\sin\alpha = 0$

$N_7 = -\dfrac{F_2}{\sin\alpha} = -26{,}8328\mathrm{kN(tlak)}$ Kontrola

Styčník d



Podmínky rovnováhy ve styčníku d

1. $R_x = 0 \rightarrow -N_4.\cos\alpha - N_6.\cos\alpha + N_7.\cos\alpha = 0$ Kontrola

2. $R_z = 0 \rightarrow -N_4.\sin\alpha - N_5 + N_6.\sin\alpha - N_7.\sin\alpha = 0$ Kontrola