

8. Úvod do statiky staticky určitých prútových sústav

Statika stavebných konštrukcií je náuka o výpočtoch stavebných konštrukcií, ktorých modelom je statická schéma vytvorená z prútov. V ďalšom výklade sa obmedzíme len na analýzu rovinných problémov, t.j. takých prípadov, kedy silové účinky zaťaženia, reakčné sily vo väzbách a idealizovaný tvar prútovej konštrukcie ležia v jednej rovine.

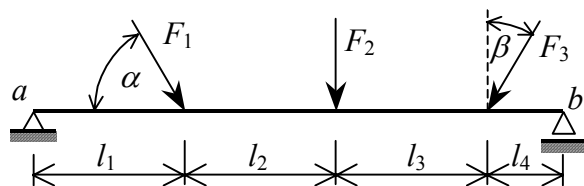
Prvou etapou statických výpočtov je určenie **sekundárnych vonkajších síl – reakcií** vo väzbách od účinku pôsobenia **primárnych vonkajších síl – zaťaženia** a určenie **zložiek výslednice vnútorných síl** v každom priereze konštrukcie.

8.1 Prút s priamou osou

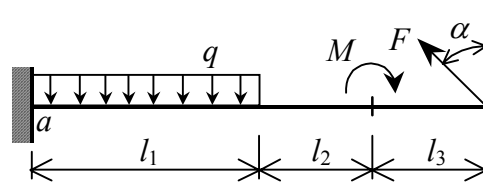
Medzi najjednoduchšie typy nosných konštrukcií patria **prúty s priamou osou**. Podľa spôsobu podopretia majú **statické modely** v stavebnej praxi zaužívané pomenovania.

Priamy prút (obr. 8.1), ktorý je na jednom okraji viazaný k okoliu dvojnásobnou väzbou – pevným kĺbom a na druhom jednoduchou väzbou – posuvným kĺbom alebo kyvným prútom, sa nazýva **prostý nosník**.

Priamy prút (obr. 8.2), ktorý je na jednom okraji viazaný k okoliu trojnásobnou väzbou – dokonalým votknutím a na druhom okraji je voľný, sa nazýva **konzola**.



Obr. 8.1



Obr. 8.2

8.1.1 Vnútorne sily v priečnom reze prúta

Prvým krokom riešenia je výpočet reakcií vo väzbách podľa zásad uvedených v stati 5.2.2. Posuvné a otáčavé účinky výslednice sústavy zovšeobecnených sekundárnych síl ΣR_j a výslednice sústavy zovšeobecnených primárnych síl ΣF_i sa musia navzájom rušiť.

Poznámka: Pojmom sústava zovšeobecnených síl budeme nazývať sústavu, ktorej zložkami sú sily a silové dvojice, t.j. momenty.

Pre prostý nosník (obr. 8.3) vypočítame reakciu R_b v posuvnom kĺbe z momentovej podmienky rovnováhy formulovanej k bodu a

$$\circlearrowleft \sum M_a^{R_j} + \sum M_a^{F_i} = 0:$$

$$R_b \cdot (l_1 + l_2 + l_3 + l_4) - F_1 \cdot \sin \alpha \cdot l_1 - F_2 \cdot (l_1 + l_2) - F_3 \cdot \cos \beta \cdot (l_1 + l_2 + l_3) = 0. \quad (8.1)$$

Zvislú zložku reakcie R_{az} v pevnom kĺbe určíme z momentovej podmienky rovnováhy formulovanej k bodu b

$$\circlearrowleft \sum M_b^{Rj} + \sum M_b^{Fi} = 0:$$

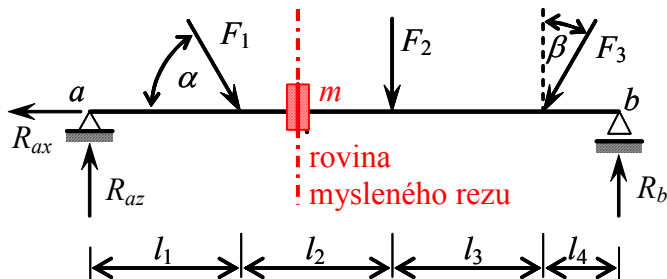
$$R_{az} \cdot (l_1 + l_2 + l_3 + l_4) - F_1 \cdot \sin \alpha \cdot (l_2 + l_3 + l_4) - F_2 \cdot (l_3 + l_4) - F_3 \cdot \cos \beta \cdot l_4 = 0. \quad (8.2)$$

Vodorovnú zložku reakcie R_{ax} vypočítame v pevnom kĺbe zo súčtovej podmienky

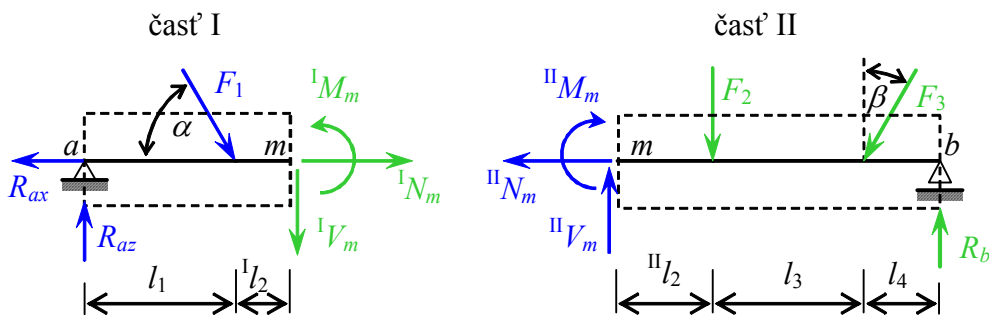
$$\leftarrow \sum R_{jx} + \sum F_{ix} = 0: \quad R_{ax} - F_1 \cdot \cos \alpha + F_3 \cdot \sin \beta = 0. \quad (8.3)$$

Nosník je spojitým telesom a v ľubovoľnom priereze m na osi prúta nemôžu nastať relatívne posuny ani vzájomné pootočené. V uvažovanom priereze prúta preto predpokladáme existenciu **vnútornej väzby – dokonalého voŕknutia** (obr. 8.3).

Prerušíme myslenným rezom, vedeným v uvažovanom priereze m kolmo na os prúta, vnútornú väzbu. Účinok vnútornej väzby nahradíme zodpovedajúcimi zložkami zovšeobecnených interakčných síl (obr. 8.4).



Obr. 8.3



Obr. 8.4

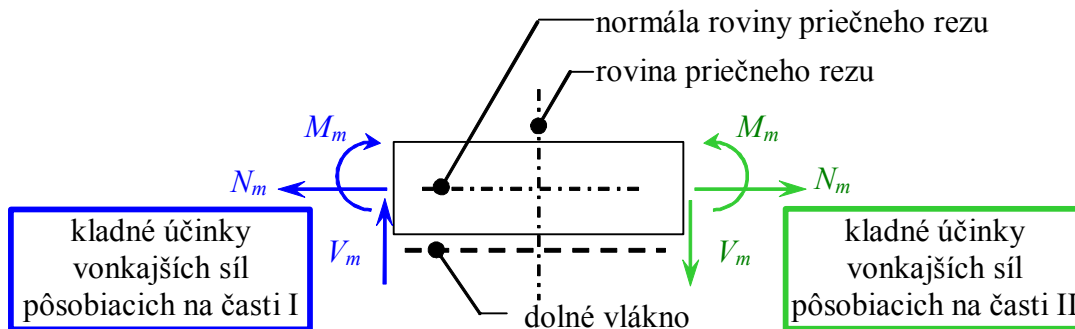
Pretože sústava zovšeobecnených vonkajších síl, ktorá pôsobí na celý prút, je v rovnováhe, podmienky rovnováhy musia byť splnené aj pre každú jej časť. Zložky výslednice vnútorných síl $^I N_m, ^I V_m, ^I M_m$ môžeme teda vypočítať z podmienok rovnováhy formulovaných pre sily pôsobiace na časť I a zložky výslednice vnútorných síl $^{II} N_m, ^{II} V_m, ^{II} M_m$ musia vyhovovať silovým a momentovým podmienkam rovnováhy zovšeobecnených síl, ktoré pôsobia na časť II. Hodnoty týchto síl musia byť rovnaké.

$$^I N_m = ^{II} N_m = N_m, \quad ^I V_m = ^{II} V_m = V_m, \quad ^I M_m = ^{II} M_m = M_m. \quad (8.4)$$

V stati 1.6 sme sa zaoberali ekvivalenciou a rovnováhou silových sústav a uviedli sme vetu: „Ak zmeníme orientáciu všetkých síl v jednej z dvoch ekvivalentných silových sústav, budú sily obidvoch sústav v rovnováhe.“ V dôsledku tejto vety sú zložky výslednice vnútorných síl $^{II} N_m, ^{II} V_m, ^{II} M_m$ ekvivalentné so sústavou vonkajších síl, ktoré pôsobia na časť I a zložky výslednice vnútorných síl $^I N_m, ^I V_m, ^I M_m$ sú ekvivalentné so sústavou vonkajších síl, ktoré pôsobia na časť II.

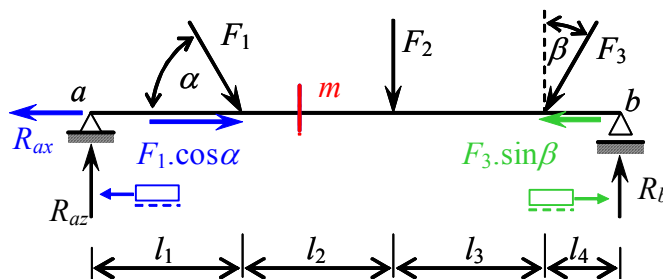
Zložka N_m pôsobí v smere normály roviny priečného rezu a nazýva sa **normálová sila**. Pre priamy prút je smer normály totožný so smerom osi prúta a v stavebnej praxi je zaužívaný aj názov **osová sila**. Jej hodnotu v uvažovanom priereze m určíme ako algebrický súčet zložiek všetkých vonkajších síl, ktoré pôsobia na uvažovanú časť prúta v smere kolmom na rovinu priečného rezu (v smere osi prúta).

Poznámka: Algebrický súčet znamená, že orientáciu pôsobenia v súlade s konvenciou znázornenou na obr. 8.5 považujeme za kladnú, nesúhlasné (opačné) pôsobenie zodpovedajúcich zložiek zohľadníme záporným znamienkom.



Obr.8.5

Pre nosník znázornený na obr. 8.3



vypočítame hodnotu normálovej sily uvažovaním pôsobenia zložiek vonkajších síl na časti I (úsek prúta $a-m$) zo zápisu

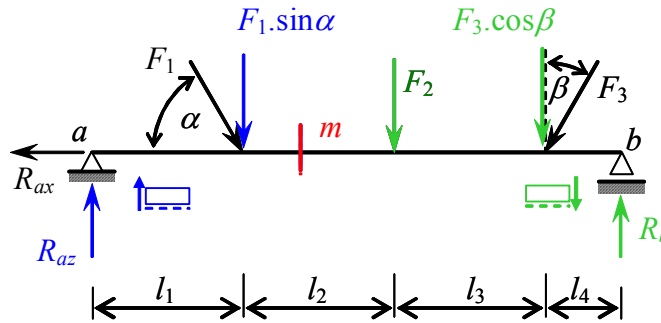
$$\leftarrow : N_m = R_{ax} - F_1 \cdot \cos \alpha, \quad (8.5a)$$

alebo pre sily pôsobiace na uvažovanej časti II (úsek prúta $b-m$) zo zápisu

$$\rightarrow : N_m = -F_3 \cdot \sin \beta. \quad (8.5b)$$

Zložka V_m pôsobí v smere roviny priečného rezu a nazýva sa **priečna sila**. Pretože jej pôsobením majú okrajové prierezy dĺžkového elementu prúta tendenciu vzájomne sa posunúť je v stavebnej praxi zaužívaný aj názov **posúvajúca sila** alebo **šmyková sila**. Jej hodnotu v uvažovanom priereze m určíme ako algebrický súčet zložiek všetkých vonkajších síl, ktoré pôsobia na uvažovanú časť prúta v smere roviny priečného rezu (v smere kolmom na os prúta).

Pre nosník znázornený na obr. 8.3



vypočítame hodnotu priečnej sily uvažovaním pôsobenia zložiek vonkajších síl na časti I (úsek prúta $a-m$) zo zápisu

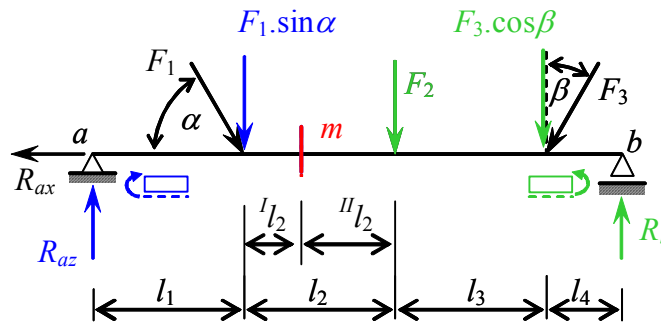
$$\uparrow: V_m = R_{az} - F_1 \cdot \sin \alpha, \quad (8.6a)$$

alebo pre sily pôsobiace na uvažovanej časti II (úsek prúta $b-m$) zo zápisu

$$\downarrow: V_m = -R_b + F_3 \cdot \cos \beta + F_2. \quad (8.6b)$$

Zložka M_m vyjadruje otáčavý účinok výslednice vnútorných síl v priereze k bodu na strednici a nazýva sa **ohybový moment**. Hodnotu ohybového momentu v uvažovanom priereze m určíme ako algebrický súčet statických momentov všetkých vonkajších síl, ktoré pôsobia na uvažovanú časť prúta.

Pre nosník znázornený na obr. 8.3



vypočítame hodnotu ohybového momentu uvažovaním pôsobenia vonkajších síl na časti I (úsek prúta $a-m$) zo zápisu

$$\curvearrowright: M_m = R_{az} \cdot (l_1 + l_2^I) - F_1 \cdot \sin \alpha \cdot l_2^I, \quad (8.7a)$$

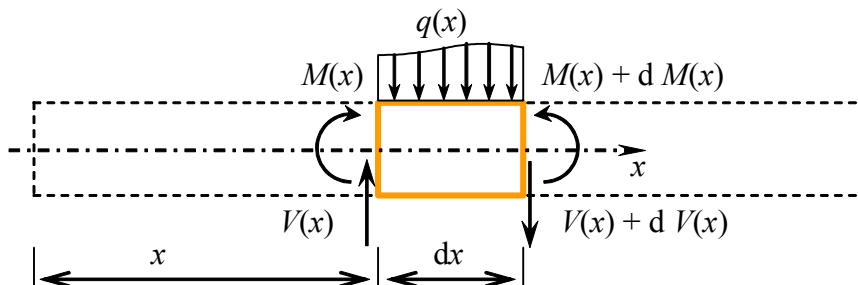
alebo pre sily pôsobiace na uvažovanej časti II (úsek prúta $b-m$) zo zápisu

$$\curvearrowleft: M_m = R_b \cdot (l_2^II + l_3 + l_4) - F_3 \cdot \cos \beta \cdot (l_2^II + l_3) - F_2 \cdot l_2^II. \quad (8.7b)$$

Reálne stavebné konštrukcie nie sú dokonale tuhé. Účinkom zaťaženia sa pretvárajú. Aby bola stavebná konštrukcia použiteľná, musia byť však pretvorenia v porovnaní s rozmermi konštrukcie rádove malé. Vplyv pretvorenia na zmenu pôsobísk zaťaženia vo výpočtoch môžeme takmer vždy zanedbať.

8.1.2 Závislosti medzi priečnym zaťažením prúta, priečnou silou a ohybovým momentom.

Vyberme z prúta, na ktorý pôsobia vonkajšie sily v rovnováhe, v ľubovoľnom priereze x element dĺžky dx (obr. 8.6). Uvažujme, že na element pôsobí len spojité zaťaženie kolmo na os prúta, ktoré má v uvažovanom priereze intenzitu $q(x)$. Odstránené časti nahradíme vnútornými silami – priečnou silou a ohybovým momentom. Osovú silu neuvažujeme, jej vplyv sa pri odvodení závislostí medzi priečnym zaťažením a vnútornými silami neprejaví.



Obr. 8.6

Pretože je celý prút v rovnováhe, musia byť splnené podmienky rovnováhy aj pre jeho elementárnu časť. Spojité zaťaženie môžeme aproximovať (približne nahradiť) konštantným zaťažením a pôsobisko elementárneho náhradného bremena uvažovať v strede elementu.

Zo súčtovej podmienky rovnováhy síl

$$V(x) - [V(x) + dV(x)] - q(x) \cdot dx = 0 \quad (8.8)$$

dostaneme po úprave závislosť medzi priečnou silou a priečnym zaťažením v tvare

$$\frac{dV(x)}{dx} = -q(x) \quad (8.9)$$

a zo vzťahu (8.9) po integrácii dostaneme funkciu, ktorá popisuje zmenu priečnej sily pozdĺž osi nosníka, v tvare

$$V(x) = -\int q(x) dx + C_1 \quad (8.10)$$

V momentovej podmienke rovnováhy, formulovanej k pravému okraju elementu,

$$M(x) - [M(x) + dM(x)] + V(x) \cdot dx - q(x) \cdot dx \cdot \frac{dx}{2} = 0 \quad (8.11)$$

posledný člen na ľavej strane rovnice zanedbáme, pretože obsahuje infinitezimálne malú veličinu druhého rádu a po úprave dostaneme vzťah

$$\boxed{\frac{dM(x)}{dx} = V(x)} \quad (8.12)$$

známy ako **Schwedlerova-Žuravského veta**:

V uvažovanom priereze sa hodnota funkcie priečnej sily rovná hodnote derivácie funkcie ohybového momentu.

Zo vzťahu (8.12) po integrácii vyjadríme funkciu, ktorá popisuje zmenu ohybového momentu pozdĺž osi nosníka, zápisom

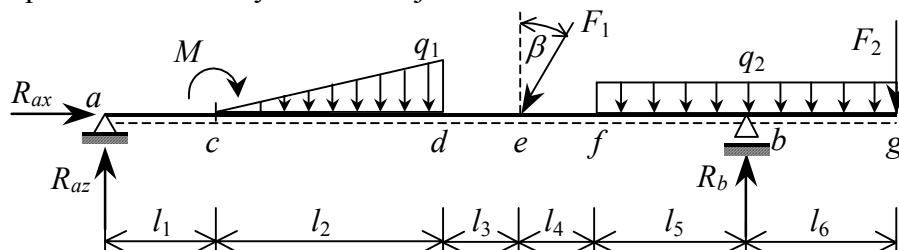
$$M(x) = \int V(x) dx + C_2 = -\iint q(x) dx dx + C_1 x + C_2 \quad (8.13)$$

Vo vzťahoch (8.9) a (8.12) sú C_1 a C_2 integračné konštanty, ktoré určíme z okrajových podmienok.

8.1.3 Určenie a znázornenie funkcií vnútorných síl pre bežné typy zaťaženia

Závislosti odvodené v predchádzajúcom odseku platia nielen pre elementárny úsek prúta, ale aj ľubovoľný úsek konečnej dĺžky za predpokladu, že funkcie zaťaženia sú spojité. Potom budú na vyšetrovanom úseku spojité aj funkcie vnútorných síl.

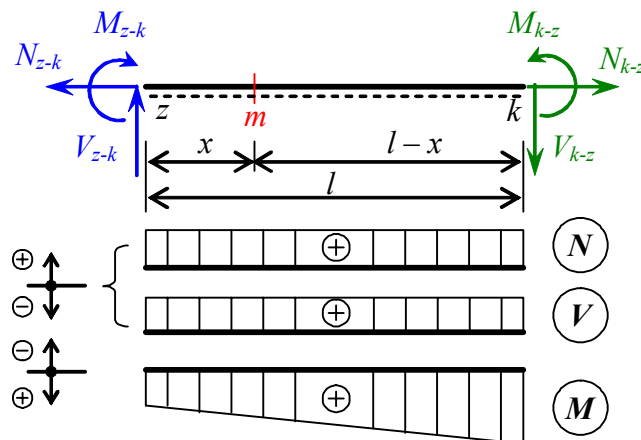
Každú riešenú konštrukciu, ktorej vonkajšie sily sú v rovnováhe (obr. 8.7), môžeme myslennými rezmi rozdeliť na úseky, ktoré sú v celej dĺžke zaťažené spojitými účinkami, resp. nie sú zaťažené, a singulárne body, kvázi úseky s nulovou dĺžkou, ktoré volíme v miestach podopretia a pôsobenia osamelých síl a dvojíc.



Obr. 8.7

Nezaťažný úsek prúta

Analyzujeme ľubovoľný nezaťažný úsek priameho prúta (obr. 8.8) v lokálnych súradniciach so začiatkom v ľavom bode z .



Obr. 8.8

Polohu ľubovoľného prierezu m na strednici prúta udáva súradnica x . Predpokladajme, že hodnoty vnútorných síl na začiatku alebo na konci úseku sú známe z predchádzajúcich krokov riešenia. Opäť pripomíname, že ak sú vonkajšie sily pôsobiace na celú konštrukciu v rovnováhe, musí byť v rovnováhe aj jej ľubovoľná časť.

Normálová sila má v každom priereze úseku konštantnú hodnotu vyjadrenú zápisom podľa konvencie (obr. 8.5)

$$\leftarrow: N(x) = N_{z-k} \quad \text{alebo} \quad \rightarrow: N(x) = N_{k-z}.$$

Priečna sila má tiež v každom priereze úseku konštantnú hodnotu vyjadrenú zápisom podľa konvencie (obr. 8.5)

$$\uparrow: V(x) = V_{z-k} \quad \text{alebo} \quad \downarrow: V(x) = V_{k-z}.$$

Funkciu ohybového momentu v uvažovanom priereze m analyzovaného úseku vyjadríme zápisom podľa konvencie (obr. 8.5)

$$\curvearrowleft: M(x) = M_{z-k} + V_{z-k} \cdot x \quad \text{alebo} \quad \curvearrowright: M(x) = M_{k-z} - V_{k-z} \cdot (l - x)$$

a vyjadruje lineárnu zmenu hodnôt ohybového momentu pre premennú x , udávajúcu polohu uvažovaného prierezu.

Pre zobrazenie lineárnej funkcie potrebujeme poznať dve jej hodnoty. Postačuje teda určiť hodnotu ohybového momentu na konci úseku pre známe hodnoty vnútorných síl na začiatku úseku, alebo opačne, na začiatku úseku, ak sú hodnoty vnútorných síl známe na jeho konci.

Priebehy jednotlivých vnútorných síl N , V , M graficky znázorníme na základe vyčíslených hodnôt pre konštrukciu ako celok. Pre ľubovoľný nezaťažovaný úsek musí byť zachovaný charakter priebehu tak, ako je to znázornené na obr. 8.8.

Kladné hodnoty N a V vynášame na stranu horných vlákien, záporné na stranu dolných a sú pre celý úsek konštantné. Pre vykreslenie priebehu ohybových momentov platí opačná dohoda. **Kladné hodnoty M vynášame na stranu dolných vlákien, záporné na stranu horných vlákien a priebeh funkcie ohybových momentov je lineárny.**

Úsek zaťažovaný rovnomerným spojitým priečnym zaťažením

Analyzujeme opäť ľubovoľný úsek priameho prúta (obr. 8.9) v lokálnych súradniciach so začiatkom v ľavom bode z .

Polohu ľubovoľného prierezu m na strednici prúta udáva súradnica x . Predpokladajme, že hodnoty vnútorných síl na začiatku alebo na konci úseku sú tiež známe z predchádzajúcich krokov riešenia. Intenzita zaťaženia je konštantná, vyjadrená funkciou $q(x) = q$.

Normálová sila má aj pre tento prípad v každom priereze úseku konštantnú hodnotu vyjadrenú zápisom podľa konvencie (obr. 8.5)

$$\leftarrow: N(x) = N_{z-k} \quad \text{alebo} \quad \rightarrow: N(x) = N_{k-z}.$$

Funkciu priečnej sily v uvažovanom priereze m analyzovaného úseku vyjadríme zápisom podľa konvencie (obr. 8.5)

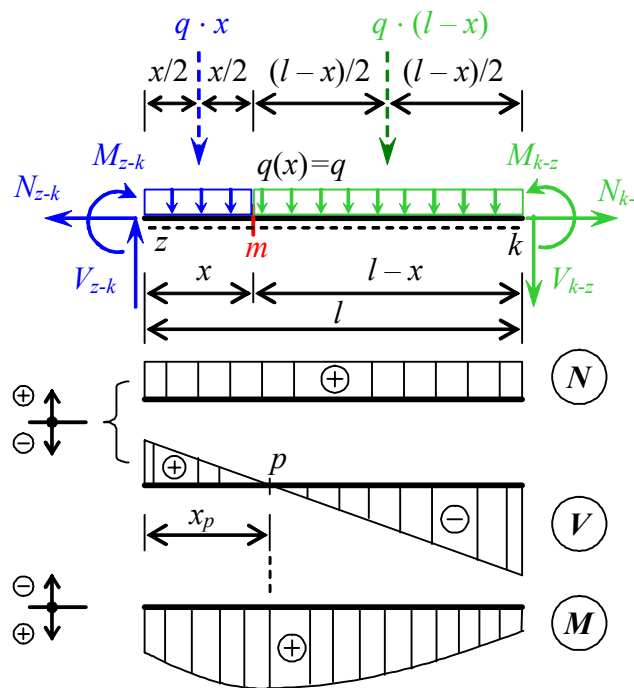
$$\uparrow: V(x) = V_{z-k} - q \cdot x \quad \text{alebo} \quad \downarrow: V(x) = V_{k-z} + q \cdot (l - x)$$

a vyjadruje lineárnu zmenu hodnôt priečnej sily pre premennú x , udávajúcu polohu uvažovaného prierezu.

Funkciu ohybového momentu v uvažovanom priereze m analyzovaného úseku vyjadríme zápisom podľa konvencie (obr. 8.5)

$$\curvearrowleft: M(x) = M_{z-k} + V_{z-k} \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2} \quad \text{alebo} \quad \curvearrowright: M(x) = M_{k-z} - V_{k-z} \cdot (l - x) - \frac{q \cdot (l - x)^2}{2}$$

a vyjadruje kvadratickú zmenu hodnôt ohybového momentu pre premennú x , udávajúcu polohu uvažovaného prierezu. Pre zobrazenie funkcie druhého stupňa – kvadratickej paraboly potrebujeme poznať minimálne tri funkčné hodnoty, preto je nutné okrem hodnôt ohybových momentov na začiatku a konci úseku určiť ešte napr. hodnotu prislúchajúcu prierezu s v strede úseku.



Obr. 8.9

Priebehy jednotlivých vnútorných síl N , V , M graficky znázorníme na základe vyčíslených hodnôt pre konštrukciu ako celok. Pre ľubovoľný úsek prúta, ktorý je zaťažený spojitým priečnym zaťažením s konštantnou intenzitou, musí byť zachovaný charakter priebehu tak, ako je to znázornené na obr. 8.9.

V konkrétne riešenej úlohe môže, ale nemusí, nastať prípad, že v určitom priereze p je hodnota priečnej sily nulová. Tento prierez nazývame **prechodový prierez**, mení sa hodnota priečnej sily z kladnej na zápornú, alebo naopak. Je dôležitým prierezom, pretože v tomto mieste konštrukcie bude mať funkcia ohybového momentu extrém.

Poznámka: Na základe poznatkov získaných v predmete matematika vieme, že spojitá funkcia má v rozsahu skúmaného intervalu lokálny extrém (maximum alebo minimum) v tých bodoch, v ktorých sa jej prvá derivácia rovná nule.

Polohu prechodového prierezu p určenú súradnicou x_p , vypočítame tak, že do funkcie priečnej sily dosadíme $x = x_p$ a pre známu hodnotu priečnej sily $V_p = V(x = x_p) = 0$ dostaneme

$$V_{z-k} - q \cdot x_p = 0 \Rightarrow x_p = \frac{V_{z-k}}{q}$$

Hodnotu extrémneho ohybového momentu vypočítame dosadením $x = x_p$ do funkcie ohybového momentu

$$\hookrightarrow: M_p = M_{ext} = M(x = x_p) = M_{z-k} + V_{z-k} \cdot x_p - \frac{q \cdot x_p^2}{2}$$

alebo

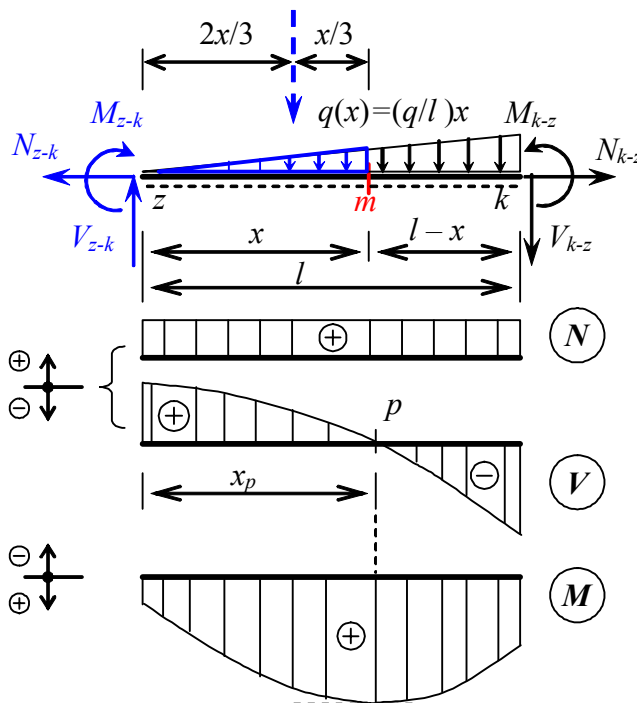
$$\hookrightarrow: M_p = M_{ext} = M(x = x_p) = M_{k-z} - V_{k-z} \cdot (l - x_p) - \frac{q \cdot (l - x_p)^2}{2}$$

Úsek zaťažený lineárnym (trojuholníkovým) spojitým priečnym zaťažením

Analyzujeme opäť ľubovoľný úsek priameho prúta (obr. 8.10) v lokálnych súradniciach so začiatkom v ľavom bode z . Polohu ľubovoľného prierezu m na strednici prúta udáva súradnica x . Predpokladajme, že hodnoty vnútorných síl na začiatku alebo na konci úseku sú tiež známe z predchádzajúcich krokov riešenia. Lineárnu zmenu intenzity zaťaženia vyjadruje funkcia $q(x) = \frac{q}{l}x$.

Normálová sila má aj pre tento prípad v každom priereze úseku konštantnú hodnotu vyjadrenú zápisom podľa konvencie (obr. 8.5)

$$\leftarrow: N(x) = N_{z-k} \quad \text{alebo} \quad \rightarrow: N(x) = N_{k-z}$$



Obr. 8.10

Funkciu priechnej sily v uvažovanom priereze m analyzovaného úseku určíme podľa konvencie (obr. 8.5) zápisom

$$\uparrow: V(x) = V_{z-k} - \frac{1}{2} q(x) \cdot x = V_{z-k} - \frac{q}{2l} \cdot x^2$$

a vyjadruje kvadratickú zmenu hodnôt priechnej sily pre premennú x , udávajúcu polohu uvažovaného prierezu. **Pre zobrazenie funkcie druhého stupňa – kvadratickej paraboly potrebujeme poznať minimálne tri funkčné hodnoty, preto je nutné okrem hodnôt priechných síl na začiatku a konci úseku určiť ešte napr. hodnotu prislúchajúcu prierezu s v strede úseku.**

Funkciu ohybového momentu v uvažovanom priereze m analyzovaného úseku vyjadríme zápisom podľa konvencie (obr. 8.5)

$$\cup: M(x) = M_{z-k} + V_{z-k} \cdot x - \frac{1}{2} q(x) \cdot x \cdot \frac{1}{3} x = M_{z-k} + V_{z-k} \cdot x - \frac{q}{6l} \cdot x^3$$

a vyjadruje pre premennú x , udávajúcu polohu uvažovaného prierezu, zmenu hodnôt ohybového momentu podľa krivky tretieho stupňa. **Pre zobrazenie funkcie tretieho stupňa – kubickej paraboly potrebujeme poznať minimálne štyri funkčné hodnoty, preto je nutné okrem hodnôt ohybových momentov na začiatku a konci úseku určiť ešte ďalšie dve hodnoty prislúchajúce napr. prierezom t_1 a t_2 , ktoré sa nachádzajú vo vzdialenostiach $x_1 = l/3$, resp. $x_2 = 2l/3$ od začiatku úseku.**

Priebehy jednotlivých vnútorných síl N , V , M graficky znázorníme na základe vyčíslených hodnôt pre konštrukciu ako celok. Pre ľubovoľný úsek prúta, ktorý je zaťažený lineárnym rastúcim spojitým priečnym zaťažením, musí byť zachovaný charakter priebehu tak, ako je to znázornené na obr. 8.10.

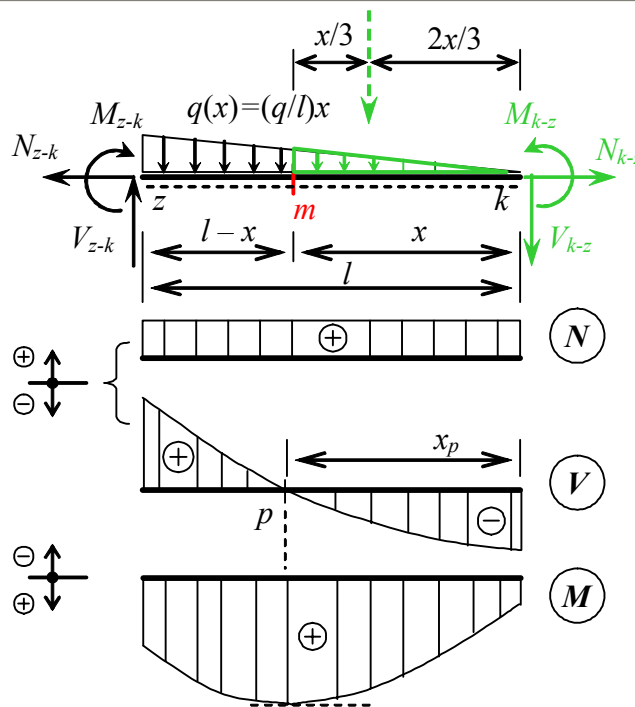
V konkrétne riešenej úlohe môže, ale nemusí, nastať prípad, že v určitom priereze p je hodnota priechnej sily nulová. **Polohu prechodového prierezu p** určenú súradnicou x_p , vypočítame tak, že do funkcie priechnej sily dosadíme $x = x_p$ a pre známú hodnotu priechnej sily $V_p = V(x = x_p) = 0$ dostaneme

$$V_{z-k} - \frac{q}{2l} \cdot x_p^2 = 0 \Rightarrow x_p = \sqrt{\frac{2V_{z-k} \cdot l}{q}}$$

Hodnotu extrémnu ohybového momentu vypočítame dosadením $x = x_p$ do funkcie ohybového momentu.

$$\cup: M_p = M_{ext} = M(x = x_p) = M_{z-k} + V_{z-k} \cdot x_p - \frac{q}{6l} \cdot x_p^3$$

Ak je spojitý lineárny zaťaženie úseku reprezentované funkciou, ktorej priebeh zo začiatkovej hodnoty q klesá do nulovej hodnoty na konci úseku, zvolíme výhodne začiatok lokálneho systému v bode k (obr. 8.11). Zjednoduší sa tým riešenie.



Obr. 8.11

Funkcie popisujúce na uvažovanom úseku zmenu priečnych síl a ohybových momentov potom vyjadríme v tvare

$$\downarrow: V(x) = V_{k-z} + \frac{1}{2} q(x) \cdot x = V_{k-z} + \frac{q}{2l} \cdot x^2$$

$$\curvearrowright: M(\xi) = M_{k-z} - V_{k-z} \cdot x - \frac{1}{2} q(x) \cdot x \cdot \frac{1}{3} \cdot x = M_{k-z} - V_{k-z} \cdot x - \frac{q}{6l} \cdot x^3$$

Polohu prechodového prierezu určíme analogicky ako v prípade rastúceho zaťaženia

zo vzťahu

$$V_{k-z} + \frac{q}{2l} \cdot x_p^2 = 0 \Rightarrow x_p = \sqrt{\frac{2|V_{k-z}|l}{q}}$$

Prierez, v ktorom pôsobí vonkajšia osamelá sila

Ak v niektorom priereze prúta pôsobí osamelá sila (obr. 8.12), vyberieme z konštrukcie myšlenými rezmi vedenými tesne v okolí prierezu úsek prúta s nulovou dĺžkou.

Predpokladajme, že hodnoty vnútorných síl na začiatku alebo na konci úseku sú známe z predchádzajúcich krokov riešenia. Neznámu hodnotu normálovej sily vypočítame zo zápisov

$$\leftarrow: N_{m-n} = N_{m-l} + F \sin \beta \quad \text{alebo} \quad \rightarrow: N_{m-l} = N_{m-n} - F \sin \beta$$

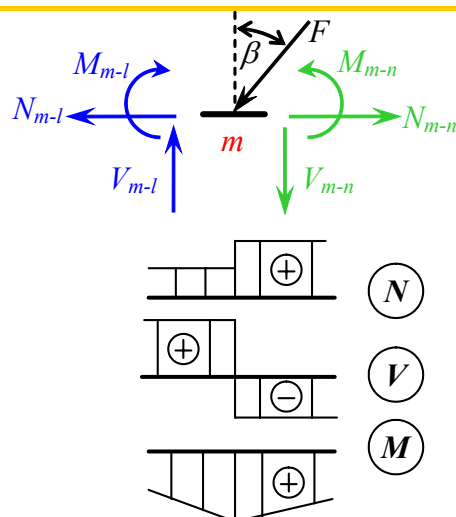
Neznámu priečnu silu určíme podľa vzťahov

$$\uparrow: V_{m-n} = V_{m-l} - F \cos \beta \quad \text{alebo} \quad \downarrow: V_{m-l} = V_{m-n} + F \cos \beta$$

Hodnoty ohybových momentov sú rovnaké

$$M_{m-n} = M_{m-l}$$

V grafickom zobrazení sa pôsobenie osamelej sily prejaví „skokom“ v priebehu N a V a „zlomom“ v priebehu M .



Obr. 8.12

Prierez, v ktorom pôsobí vonkajšia osamelá dvojica - moment

Pôsobenie osamelej dvojice – momentu v niektorom priereze priameho prúta nemá vplyv na priebeh normálových a osových síl. Hodnoty sú rovnaké

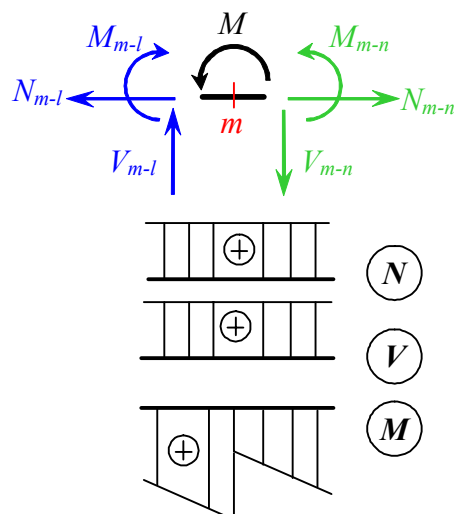
$$N_{m-l} = N_{m-n}$$

$$V_{m-l} = V_{m-n}$$

Pre určenie hodnoty ohybového momentu platia vzťahy

$$\curvearrowleft: M_{m-n} = M_{m-l} - M \quad \text{alebo} \quad \curvearrowright: M_{m-l} = M_{m-n} + M$$

V grafickom znázornení bude v priebehu M „skok“.



Obr. 8.13