

## VYBRANÉ MATEMATICKÉ NÁSTROJE ROZHODOVÁNÍ V KRIZOVÝCH SITUACÍCH

Jiří Stodola<sup>1</sup>, Petr Stodola<sup>2</sup>

### ABSTRAKT:

Príspevok uvádza vybrané možnosti využitia matematických nástrojů, resp. algoritmov deterministického rozpoznávania a rozhodovania pri riziku v oblasti krízového riadenia za nestabilných podmienok, neurčitosti, nejistoty, absence informácií, nedostatku času aj. V príspevku jsou uvedeny dvě metody, a to: využití neuronových sítí a Booleovy algebry při rozhodování o stupni povodňové aktivity.

**Klíčová slova:** riziko, krízové řízení, povodně, matematické metody

### ABSTRACT:

The article deals with selected possibilities of using mathematical tools, particularly deterministic recognition and decision algorithms in risk of crisis management area in unsettled conditions, uncertainty, unsteadiness, absence of information, lack of time, etc. The article presents two methods: neuronal networks and Boole's algebra application for degree of flood level danger specification.

**Keywords:** risk, crisis management, floods, mathematical methods

## 1 ÚVOD – KRIZOVÉ SITUACE PŘI POVODNÍCH

Hasičský záchranný sbor (HZS) je základní složkou Integrovaného záchranného systému (IZS), který zabezpečuje prevenci, koordinovaný postup při přípravě na mimořádné události a při záchranných a likvidačních pracích. Významnou součástí působnosti HZS je ochrana a řešení situace při povodních a záplavách. Včasná informovanost o povodňovém nebezpečí je založena na činnosti předpovědní a hlášené povodňové služby, hlídkové služby, na schopnosti zajištění informovanosti povodňových orgánů a složek IZS, na zabezpečení jednosměrného selektivního systému pro vyrozumění a varování ohrožených subjektů, aj. Podle zkušeností je

<sup>1</sup> Prof. Ing. Jiří Stodola, DrSc., Univerzita obrany Brno, Fakulta vojenských technologií, Kounicova 65, 662 10 Brno, Česká republika, tel +420 973 442 278, e-mail: jiri.stodola@unob.cz

<sup>2</sup> Ing. Petr Stodola, Ph.D., Univerzita obrany v Brně, Fakulta ekonomiky a managementu, Kounicova 65, 662 10 Brno, Česká republika, tel. +420 973 442 474, e-mail: petr.stodola@unob.cz

možné včasným varováním a fungujícím systémem operativních opatření lépe ochránit obyvatelstvo a zabránit až 30% povodňových škod. Bohužel předpovídání povodní, vzniklých v důsledku bouřkových a přívalových dešťů na malých tocích je prakticky nemožné. Tyto deště zpravidla zasahují malá území a nejsou ve většině případů podchyceny sítí operativně hlásících srážkoměrných stanic. Jde o tzv. bleskové povodně. Povodňová odezva v povodí malých vodních toků či v městských intravilánech je prakticky okamžitá. Orientační výstrahy pro větší územní celky, ale bez přesnější lokalizace výskytu, jsou vydávány na podkladě analýzy modelů nebezpečných synoptických situací, údajů meteorologického radaru, popřípadě informací o spadlých srážkách. Za intenzivní srážky způsobující přívalové povodně lze v podmínkách ČR zhruba považovat množství 30 mm/1 hod, 45 mm/2 hod, 55 mm/3 hod a 60 mm/4 hod. Pro tyto případy se na místní úrovni připravuje monitorování vývoje povodňového ohrožení v reálném čase, včasné varování obyvatelstva a případná evakuace z ohroženého území. Povodeň v ČR v roce 2002 (průtok Vltavy v Praze 5300 m<sup>3</sup>/s) byla jednou z největších událostí svého druhu v historii ČR, spolu s povodněmi na Moravě v roce 1997, patří k nejtěžším přírodním katastrofám moderní české historie. Přitom je historicky zaznamenáno a doloženo 11 velkých povodní od roku 1774 do roku 2005. Rozsah opatření prováděných na ochranu před povodněmi se řídí mírou povodňového nebezpečí, která se vyjadřuje třemi stupni povodňové aktivity (SPA): **1. stupeň – bdělost** (1. SPA) se veřejně nevyhlašuje, nastává při nebezpečí povodně a zaniká, pomínou-li příčiny takového nebezpečí. **2. stupeň – pohotovost** (2. SPA), vyhlašuje příslušný povodňový orgán v případě, že nebezpečí přeroste ve skutečný povodňový jev, avšak ještě nedochází k větším rozlivům a škodám mimo koryto. Vyhlašuje se rovněž při překročení mezních hodnot sledovaných jevů a skutečností na vodním díle z hlediska jeho bezpečnosti. Aktivizují se povodňové orgány a další účastníci ochrany před povodněmi, uvádějí se do pohotovosti technické prostředky, realizují se opatření ke zmírnění průběhu povodně podle povodňového plánu. **3. stupeň – ohrožení** (3. SPA), vyhlašuje příslušný povodňový orgán při bezprostředním nebezpečí nebo při vzniku větších škod, při ohrožení životů a majetku v záplavovém území. Vyhlašuje se rovněž při dosažení kritických hodnot sledovaných jevů a skutečností na vodním díle z hlediska jeho bezpečnosti současně se zahájením nouzových opatření. Realizují se zabezpečovací a podle potřeby záchranné práce nebo evakuace.

## 2 NEURONOVÉ SÍTĚ A JEJICH VYUŽITÍ PŘI KLASIFIKACI SPA

V současnosti je možno s výhodou využít, pro řešení běžných úloh rozpoznávání např. stupně povodňové aktivity aj., deterministických algoritmů založených na aparátu, který vychází z neuronových sítí. Neuronové sítě jsou inspirovány biologickými neuronovými sítěmi, především mozkiem člověka. Tato vlastnost je předurčuje k určité schopnosti, chovat se z hlediska základních principů stejně, resp. alespoň podobně jako jejich biologické vzory. Existují možnosti simulovat některé funkce lidského myšlení a implementovat je. Neuronové sítě využívají distribuované, paralelní zpracování informace pro provádění výpočtů. To znamená, že ukládání, zpracování a předávání informace probíhá prostřednictvím celé neuronové sítě a ne pouze v určitých paměťových místech. Paměť a zpracování

informace má charakter globální a nikoli lokální. Znalosti jsou ukládány prostřednictvím síly vazeb mezi jednotlivými neurony. Přitom vazby mezi neurony vedoucí k „správnému řešení“ jsou posilovány a naopak, vazby vedoucí k „špatnému řešení“ jsou oslabovány pomocí opakované expozice příkladů popisující problémový prostor. Učení je základní a nejdůležitější vlastnost neuronových sítí. Tato skutečnost vyjadřuje základní rozdíl např. mezi dosud běžným použitím software počítačů a použitím prostředků na bázi neuronových sítí. Bylo-li dosud velké úsilí věnováno při tvorbě uživatelských programů vytváření algoritmů, které transformují vstupní množinu dat na množinu výstupních dat, pak neuronové sítě již tuto náročnou fázi nepotřebují. V současné době je známo několik typů neuronových sítí, které jsou vhodné pro klasifikaci a rozpoznávání, pro filtraci šumu, pro znalostní systémy, zpracování dat aj. Ve všech aplikacích se jedná o zpracování neurčité nebo neúplné informace s minimální chybou. Hodí se proto všude tam, kde se uplatňuje jejich schopnost generalizace. Použití je naopak zbytečné v případech, kdy je k dispozici dostatečné množství informací a vhodný model pro popis daného problému. Neuronová síť je takové uspořádání (struktura) pro distribuované, paralelní zpracování informací, která se skládá z velkého počtu neuronů. Každý prvek neuronové sítě může současně přijímat libovolný konečný počet vstupních informací (např. signálů o SPA) a předávat libovolný konečný počet výstupních informací (např. rozhodnutí o vyhlášení SPA) o stavu svého jediného (rozvětveného) výstupu. Pro funkci neuronové sítě má velký význam její topologie, tj. zobrazení, charakteristika a přiřazení. Existují sítě s jednou, dvěma i více vrstvami. Každý neuron bývá spojen s každým neuronem ve vyšší vrstvě, popř. v jednovrstvé síti je každý neuron spojen se všemi ostatními. Pro konstrukci neuronových sítí se používají velmi zjednodušené matematické modely, které jsou nástrojem umělé inteligence schopným řešit danou třídu úloh. Neurony vstupní vrstvy pouze archivují aktuální hodnoty jednotlivých vstupů, ale žádné hodnoty v nich nejsou zpracovávány. Nejjednodušším způsobem je signál zpracován v lineárním neuronu. Vstupní hodnota je dána vztahem

$$y = s, \tag{1}$$

a

$$s = w_0 + w_1 x_1 + \dots + w_n x_n, \tag{2}$$

kde  $n$  je počet vstupů neuronu. Někdy se místo hodnoty součtu zveřejňuje její znaménko podle vztahu

$$y = \text{sign}(s). \tag{3}$$

Potom pro každý kladný součet platí  $y = +1$ , zatímco pro záporný součet platí  $y = -1$ . Tím vznikne tzv. bipolární neuron, kdy vstupní hodnota  $+1$  symbolizuje logické ANO, hodnota  $-1$  symbolizuje logické NE a hodnota  $0$  symbolizuje NAPŮL. S použitím bipolárního neuronu lze realizovat základní logické funkce AND, OR, NAND, NOR a MAJ aj. Při řešení libovolného problému lze vždy realizovat příslušný kombinační nebo sekvenční obvod pomocí neuronové sítě složené pouze z bipolárních neuronů. Použití znaménka lineární kombinace vede pouze ke třem možným rozhodnutím:

1. je-li třeba zajistit plynulý přechod mezi dvěma extrémy, použije se vhodná sigmoidní funkce, která plynule nabývá hodnot od  $-1$  do  $+1$  v závislosti na hodnotě součtu;
2. v rámci modulárních sítí se na součet aplikuje exponenciální funkce podle předpisu  $y = \exp(s)$ ;
3. v rámci jednoho neuronu je možné počítat vzdálenost  $d$  od jeho vstupů  $x_1, \dots, x_n$  od jeho vah  $w_1, \dots, w_n$  podle vztahu

$$D = d^2 = (x_1 - w_1)^2 + \dots + (x_n - w_n)^2 . \quad (4)$$

Vlastnosti příslušné neuronové sítě určuje její dynamika, kterou uvažujeme ve dvou základních etapách:

**a) Etapa učení** – dochází při ní působením vstupních a výstupních signálů k adaptabilní změně vah a prahů neuronů v síti a rovněž ke změně její struktury. Etapa se obvykle rozčleňuje na dvě části:

- generování základní struktury propojení neuronů,
- adaptace, kdy se určuje potřebný stav sítě, hlavně hodnoty jednotlivých vah.

Podle algoritmu učení lze dělit síť na učení s učitelem a bez učitele:

**Učení s učitelem** znamená, že se síť snaží přizpůsobit svoji odezvu na vstupní informace tak, aby se její výstup co nejvíce podobal požadovanému originálu. Učitelem je zde myšlen princip předložení vzoru a požadování jeho zopakování. Exaktně tento princip můžeme objasnit se zavedením tzv. trénování množiny

$$TM = (x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, L , \quad (5)$$

kde  $x_i$  jsou vstupní vektory,  $y_i$  jsou vzorové výstupní vektory a  $L$  je odpovídající počet dvojic vstupní – výstupní vektor. Neuronová síť si při učení snaží „zapamatovat“ výstupní vektor, který odpovídá vstupnímu vektoru a to pro všechny vstupní vektory obsažené v trénování množině. Je zřejmé, že při daném vstupním vektoru  $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{in})$  lze nastavit libovolný výstup. Proces učení tedy spočívá ve vhodné změně vah a prahů jednotlivých neuronů, aby bylo dosaženo požadovaného výstupu.

**Učení bez učitele** je proces, ve kterém síť vychází z informací, které jsou obsaženy ve vstupních vektorech. Při procesu učení bez učitele neexistují odpovídající vzorové výstupní vektory, tento proces učení můžeme využít pro klasifikaci do tříd. Na vstup se vkládají jednotlivé vstupní vektory a váhy se nastavují tak, aby síť odpovídala podobně na podobné vektory.

**b) Etapa aktivace** – síť si vybavuje odezvy na jednotlivé signály, ale nemění se již konfigurace ani váhy jednotlivých neuronů v síti.

### 3 PŘÍKLAD VYUŽITÍ NEURONOVÉ SÍTĚ PRO ROZHODNUTÍ O SPA

Při rozhodování o vyhlášení stupně povodňové aktivity (SPA) na řece Svatce v území města Brna byly sledovány následující čtyři hydrologické údaje v tab. 1. Z dlouhodobého sledování jsou známy průměrné hodnoty stavu a průtoku vody a

okamžité hodnoty údajů z hlásného profilu o stavech a průtocích vody naměřené při povodni v roce 1995\* viz tab. 1.

Tab. 1 Údaje o stavech a průtocích vody ve vodním díle Kníničky a městě Brně

Hydrologické údaje	Průměrné hodnoty	SPA Bdělost	SPA Pohotovost	SPA Ohrožení
1. Hladina vody Kníničky [cm]	44,0	85	110	140
2. Výška hladiny Brno [cm]	32,0	130	160	200
3. Průtok vody Kníničky [m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> ]	1,35	8,40	14,00	22,00
4. Průtok vody Brno [m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> ]	2,50	27,60	39,30	57,00

Při rozhodování využijeme princip, který s určitým zjednodušením říká: patřím do toho stupně povodňové aktivity, které jsem nejbližší a pak podle rovnice ( 4 ) vypočítáme D, resp. d pro jednotlivé skupiny:

**I. SPA - bdělost D<sub>1</sub>:**

$$D_1 = (85 - 44)^2 + (130 - 32)^2 + (8,40 - 1,35)^2 + (27,60 - 2,50)^2 = 11\,964,7$$

$$d_1 = \sqrt{11964,7} = 109,4$$

**II. SPA - pohotovost D<sub>2</sub>:**

$$D_2 = (110 - 44)^2 + (160 - 32)^2 + (14,00 - 1,35)^2 + (39,30 - 2,50)^2 = 22\,339,1$$

$$d_2 = \sqrt{22339,1} = 149,7$$

**III. SPA - ohrožení D<sub>3</sub>:**

$$D_3 = (140 - 44)^2 + (200 - 32)^2 + (22,00 - 1,35)^2 + (57,00 - 2,50)^2 = 40\,836,4$$

$$d_3 = \sqrt{40836,4} = 202,0$$

Výsledky potvrzují předpoklad, že lze automaticky rozhodovat o stupni povodňové aktivity na základě monitorování okamžité výšky hladiny a okamžitého průtoku vody v uvedených lokalitách. Přitom lze využít standardních průtokoměrů a senzorů výšky hladiny, resp. jednoduchého výpočtového algoritmu. Neuronová síť v reálném čase informuje odpovědné pracovníky o vývoji situace na vodním toku. Signální hodnoty pro jednotlivé stupně povodňové aktivity vychází z minimalizace vzdáleností. Signální hodnota pro normální stav (průměrný) je  $D_\phi = 2\,968$ , resp.  $d_\phi = 54,5$  V případě, že by nešlo o jednoznačné „vítězství“, ale spíše o stupeň příslušnosti získaných průměrných hodnot při sledování k jednotlivým skupinám zařazení do stupňů povodňové aktivity, můžeme použít Gaussovu funkci ve tvaru

$$Y = \exp\left(\frac{-d^2}{2w_0^2}\right) = \exp\left(\frac{-D}{2w_0^2}\right), \quad (6)$$

kde  $w_0$  ...kritická vzdálenost. Např. pro  $w_0 = 54,5$  bude:  $y_1 = \exp(-11\,964,7/5\,940,5) = 0,70$ ; Zařazení do I. stupně povodňové aktivity je tedy správné, protože podobnost na 70 % je zcela průkazná. Vítězí tedy stav, který má maximální součet, resp. minimální

\* Údaje jsou pouze ilustrační převzaté z literatury [10]

vzdálenost. V tomto případě můžeme položit  $y = 1$  a u zbylých neuronů je  $y = 0$ . V případě, že by bylo více „vítězů“ se vybere náhodně jeden z „vítězých“ neuronů.

#### 4 PŘÍKLAD VYUŽITÍ BOOLEOVY ALGEBRY PRO ROZHODOVÁNÍ O ZAŘAZENÍ DO SPA

Relativně složité rozhodování mezi několika alternativami řešení lze rozložit do řady zcela jednoduchých rozhodnutí. Příkladem je řešení, kdy nejde pouze o volbu mezi dvěma možnostmi, ale o rozhodování vyžadující logické myšlení. Jedná se o kombinaci příčin, které vedou odpovědného pracovníka k rozhodnutí vyhlásit příslušný stupeň povodňové aktivity. Lze konstatovat, že zkušený praktik se rozhodne zdánlivě jednoduše a rychle: přesto jeho úvaha je založena na řadě dílčích rozhodnutí, při nichž musí uvážit zejména následující tři možnosti:

1. Byl dosažen okamžitý signální průtok vody a okamžitá signální hladina výšky vody ve vodním díle Kníničky a/nebo ve městě Brně ?
2. Byl vyčerpán celkový volný objem vody (tj. zásobní + retenční) ve vodním díle Kníničky ?
3. Dosáhla zásoba vody ve sněhu mezní hodnoty ve vodním díle Kníničky ?

Počet všech možných rozhodnutí je dán počtem stavů ANO – NE (celkem 2) a počtem možností (v našem příkladu celkem 3). Podle pravidel formální logiky je počet možných rozhodnutí je roven  $2^3 = 8$ . Tabulka stavů (tab. 2), nazývaná též pravdivostní tabulka zahrnuje všechny sekvence rozhodování odpovědného pracovníka o vyhlášení SPA.

Tab. 2 Rozhodování odpovědného pracovníka o SPA

<b>PŘÍČINA 1:</b> byl dosažen signální průtok a hladina vody	<b>PŘÍČINA 2:</b> byl vyčerpán celkový volný objem vody ve vodním díle Kníničky	<b>PŘÍČINA 3:</b> zásoba vody ve sněhu dosáhla mezní hodnoty	<b>Výsledek rozhodnutí</b> <b>VYHLÁSIT</b> <b>SPA</b>
NE	NE	NE	NE
NE	NE	ANO	ANO
NE	ANO	NE	ANO
NE	ANO	ANO	ANO
ANO	NE	NE	ANO
ANO	NE	ANO	ANO
ANO	ANO	NE	ANO
ANO	ANO	ANO	ANO

Z tabulky vyplývá, že výsledek ANO (vyhlásit příslušný stupeň povodňové aktivity) platí vždy, objeví-li se alespoň v jedné z MOŽNOSTÍ výrok ANO. Tato úvaha se v názvosloví Booleovské algebry nazývá logická operace OR (NEBO) a označuje se termínem logický součet, protože výsledek je logickým součtem proměnných (možností, příčin), z nichž tato operace vychází.

Obdobně lze rozhodnutí o vyhlášení příslušného stupně povodňové aktivity řešit s využitím logického myšlení a jiného souboru logických operací. Odpovědný

pracovník sleduje podmínky za nichž není potřebné příslušný stupeň povodňové aktivity vyhlášovat, přitom rovněž uvažuje tři možnosti:

1. Dosud nebyl dosažen okamžitý signální (mezní) průtok vody a okamžitá signální hladina výšky vody ve vodním díle Kníničky a/nebo ve městě Brně.
2. Nebyl vyčerpán celkový volný objem vody (tj. zásobní + retenční) ve vodním díle Kníničky.
3. Zásoba vody ve sněhu ve vodním díle Kníničky nedosáhla mezní hodnoty.

Možné kombinace logických proměnných opět vyjádříme tabulkou (tab. 3).

Tab. 3 Rozhodování odpovědného pracovníka o SPA

<b>PŘÍČINA 1:</b> nebyl dosažen signální průtok a hladina vody	<b>PŘÍČINA 2:</b> nebyl vyčerpán celkový volný objem vody v Kníničkách	<b>PŘÍČINA 3:</b> zásoba vody ve sněhu nedosáhla mezní hodnoty	<b>Výsledek rozhodnutí :</b> NEVYHLÁSIT SPA
NE	NE	NE	NE
NE	NE	ANO	NE
NE	ANO	NE	NE
NE	ANO	ANO	NE
ANO	NE	NE	NE
ANO	NE	ANO	NE
ANO	ANO	NE	NE
ANO	ANO	ANO	ANO

Logická proměnná může opět nabývat dvou logických hodnot, a to: 1 a 0, tj. v tab. 2 a 3 rozhodnutí ANO odpovídá logické hodnotě 1 a rozhodnutí NE logické hodnotě 0. Porovnáme-li řešení v tab. 3 s řešením tab. 2 vidíme, že počet rozhodnutí je opět  $2^3$ , ale pouze v jednom případě je výsledek ANO. Je tomu tak tehdy, jestliže příčina 1, příčina 2 a příčina 3 jsou ve stavu ANO. Tento případ označujeme termínem logická operace AND neboli logický součin. Z obou příkladů vidíme, že jde o obdobnou situaci – musí být splněny všechny tři různé logické podmínky (logické proměnné), které umožní dále nevyhlášovat SPA. Rozdíl je pouze ve formulaci rozhodnutí: v prvním případě „vyhlásit“ SPA a ve druhém „nevyhlásit“ SPA. Obě základní logické operace, logický součet a logický součin, doplňuje ještě třetí operace, tzv. negace. Při ní je výsledek vždy negováním vstupní proměnné, tj. výstup má vždy opačný stav než vstup.

## PODĚKOVÁNÍ

Tento příspěvek byl zpracován v rámci výzkumného záměru Fakulty vojenských technologií Univerzity obrany Brno č. VZ0FVT0000401 s podporou Ministerstva obrany České republiky.

## LITERATURA

- [1] ZIO, E.: Soft Computing Methods Applied to Condition Monitoring and Fault Diagnosis for Maintenance. 1<sup>st</sup> Summer Safety & Reliability Seminars. SSARS 2007. Volume 2. ISBN 978-83-925436-4-0 (p 363 – 377)

- [2] BÉRENGUER, C., GRALL, A., CASTAANIER, B.: Simulation and Evaluation of Condition-Based Maintenance Policies for Multi-Component Continuous-State Deteriorating Systems. Foresight and Precaution. Cottam, Harvey, Pape & Tail, Rotterdam, 2000, (p 275 – 282)
- [3] MULLER, B., REINHARD, J.: Neural Networks – an Introduction. Springer-Verlag, 1991, New York
- [4] GRALLI, A., BÉRENGUER, C., CHU, C.: Optimal Dynamic Inspection or Replacement Planning in Condition Based Maintenance. Safety and Reliability. Editors: Lydersen, S., Hansen, G., Sandtorv, H. Trondheim, 1998, Balkema (p. 381 – 388)
- [5] KOLMOGOROV, A. N.: On the Representation of Continuous Functions of Many Variables by Superposition of Continuous Functions of One Variable and Addition. Doklady Akademii Nauk SSSR, Vol. 114, 1957 (p 953 – 956)
- [6] CYBENKO, G.: Approximation by Superpositions of a Sigmoidal Function, Mathematics of control, Signals and Systems, Vol. 2, 1989 (p 303 – 314)
- [7] FAUSETT, L. V.: Fundamentals of Neural Network. Prentice Hall, New Persey, 1994
- [8] TZAFESTES, S.: Expert systems in engineering applications. Springer-Verlag, 1999
- [9] STODOLA, J.: Expertní diagnostické systémy využívající neuronové sítě a fuzzy logiku. Studie č. 2. LOM Praha s.p. 2007, (50 stran)
- [10] STODOLA, J., STODOLA, P.: Matematické nástroje rozhodování při mimořádných událostech. 1. mezinárodní vědecká konference POLICEJNÍ, ZABEZPEČOVACÍ, HASIČSKÉ A ZÁCHRANNÉ TECHNIKY 2009. Bratislava. ISBN 978-80-8075-397-9 (p 60 – 67)
- [11] KUKAL, J.: Úvod do neuronových sítí. AUTOMA. Ročník 11 č. 1 – 2005. ISSN 1210
- [12] KREINDL, M a kol.: Diagnostické systémy. Praha 2001 ISBN 80-01-02349
- [13] ZELINKA, I.: Umělá inteligence I. Neuron. a genetické algoritmy. ISBN 80-214-1163-5
- [14] VONDRÁK, I.: Umělá inteligence a neuronové sítě. Ostrava. 1995 ISBN 80-7078-949

článek recenzoval:  
prof. Ing. Ladislav Šimák, PhD.