NOVÉ PRÍSTUPY K SIMULÁCII ŽELEZNIČNEJ DOPRAVY V TRAŤOVOM ÚSEKU

Ladislav Novák[1], Zdeněk Dvořák[2], Bohuš Leitner[3]

ABSTRAKT

Železniční dopravu ovlivňuje řada vnitřních a vnějších faktorů (poruchy, mimořádné události, krizové jevy), jejichž působení není trvalé, ale náhodné a dočasné, bez možnosti jejich přesného matematického vyjádření. Mají negativní dopady na plynulost železniční dopravy a druhotně na celou společnost. Konkrétní představu o těchto dopadech a následném fungování železniční dopravy můžeme získat s pomocí matematických metod, statistiky, pravděpodobnosti, modelování a simulace. Jednou z rozhodujících aplikací těchto metod je vlaková doprava v železničních traťových úsecích.

Kľúčové slová: krízový manažment, železničná doprava, stochastické procesy, simulácia, štatistika.

ABSTRACT

Railway transport is influenced by many internal and external factors (disturbances, emergencies, crisis phenomena), their effect is not permanent, but temporary and accidental, without the exact mathematical expression. They have a negative impact on the flow of rail traffic and secondarily on the whole society. The specific picture about these impacts and subsequent operation of rail transport can be obtained by using mathematical methods, statistics, probability, modelling and simulation. One of the key applications of these methods is a train service in railway track sections.

Key words: crisis management, rail transport, stochastic processes, simulation, statistics.

[1] Ladislav Novák, doc., Ing., PhD., Katedra krízového manažmentu Fakulty špeciálneho inžinierstva Žilinskej univerzity v Žiline, Ulica 1. Mája 32, 010 26 Žilina, +421 41 5136704, Ladislav.Novak@fsi.uniza.sk.

[2] Zdeněk Dvořák, prof., Ing., PhD., Pracovisko výskumu krízového riadenia Fakulty špeciálneho inžinierstva Žilinskej univerzity v Žiline, Ulica 1. Mája 32, 010 26 Žilina, +421 41 5136854, Zdenek.Dvorak@fsi.uniza.sk.

[3] Bohuš Leitner, doc., Ing., PhD., Katedra technických vied a informatiky Fakulty špeciálneho inžinierstva Žilinskej univerzity v Žiline, Ulica 1. Mája 32, 010 26 Žilina, +421 41 5136863, Bohus.Leitner@fsi.uniza.sk.

1 ŽELEZNIČNÍ DOPRAVA JAKO OBJEKT SIMULACE

Autoři [2], [4], [6] uvádějí, že provoz v traťovém úseku je možno chápat jako systém hromadné obsluhy ***M/M/n***. Stanicí obsluhy je příslušná traťová kolej, vlaky vstupující do traťového úseku přestavují obsluhované požadavky. Časové odstupy t_i mezi vlaky vstupujícími do tohoto úseku představují časové intervaly mezi vstupy požadavků, dobou obsluhy t_{obs} je doba, po kterou obsazuje konkrétní vlak tento úsek. Tento systém je zároveň východiskem při projektování simulace vlakové dopravy v příslušném traťovém úseku. Získávání nezbytně potřebné náhodné proměnné se provádí transformací pseudonáhodných čísel, poskytovaných generátorem většiny typů počítačů, na požadovaný typ náhodné proměnné. Tato aplikace, ale vyžaduje rozsáhlý statistický výzkum na zjištění příslušného typu náhodné proměnné, kterou bude především doby jízdy vlaku v traťovém úseku.

2 TEORETICKÁ VÝCHODISKA NA SIMULACI VLAKOVÉ DOPRAVY V TRAŤOVÝCH ÚSECÍCH

Při jízdách vlaků v traťových úsecích dochází k odchylkám od pravidelných jízdních dob stanovených GVD. Většina odchylek představuje zpoždění a jen minimum odchylek vzniká např. krácením jízdních dob. Za této situace můžeme připustit, že jednotlivé časy obsazení traťových úseků budou náhodné proměnné. Vzhledem na to, že četnost odchylek s jejich velikostí klesá [4], je možné považovat časy obsazení za náhodnou proměnou s Γ rozdělením, jehož hustota pravděpodobnosti je vyjádřena vztahem

$$f_a(t) = \frac{b^a . t^{a-1}}{\Gamma(a)} e^{-bt} \qquad [1]$$

Modely s Γ rozdělením náhodné proměnné jsou vhodné pro situace u kterých je minimální hodnota intervalu přísně určena (např. interval následné jízdy při maximální dovolené rychlosti) a přirážka není ostře ohraničena. Tomuto konstatování zjevně odpovídá železniční provoz. Zajímavý je však **pojem maximální dovolené rychlosti** v porovnání s klasickými výpočty, které pracují s "průměrnou" rychlostí, nebo se klasifikaci rychlosti vyhýbají. Maximální rychlosti bude odpovídat:

- minimální doba jízdy $t_{j,min}$,
- příslušná minimální doba obsazení úseku $t_{obs,min}$,
- odstup mezi jízdami dvou vlaků $t_{i,min}$ při zohlednění přípustného provozního zatížení ***éta***.

Γ model, ale počítá s přísně symetrickým tvarem frekvenční funkce okolo průměrné hodnoty, co je v příkrém rozporu s reálným provozem. Lepší řešení poskytuje Erlangovo rozdělení, které pracuje s parametry ***a*** a ***b***. Parametr ***a*** je přirozené (celé) číslo. Výpočet parametrů se vykonává podle vztahů:

$$b = \frac{x_p}{s^2}\ , \quad a = x_p . b \qquad [2]\ [3]$$

kde x_p je skutečná střední hodnota a s^2 je rozptyl. Hustota pravděpodobnosti tohoto typu rozdělení je daná vztahem:

$$f_a(t) = \frac{b^a . t^{a-1}}{(a-1)!} e^{-bt} \qquad [4]$$

Erlangovo rozdělení je pružnější i z pohledu grafického vyjádření. Umožňuje zohlednit procesy, kterých frekvenční funkce nebude symetrická, ale může být šikmá vlevo nebo vpravo. V kombinaci s **modifikací pravidla "6σ"** se tak otevírají širší možnosti na teoretická i praktická řešení při simulaci vlakové dopravy v traťových úsecích.

3 OVĚŘENÍ A APLIKACE TEORETICKÝCH VÝCHODISEK

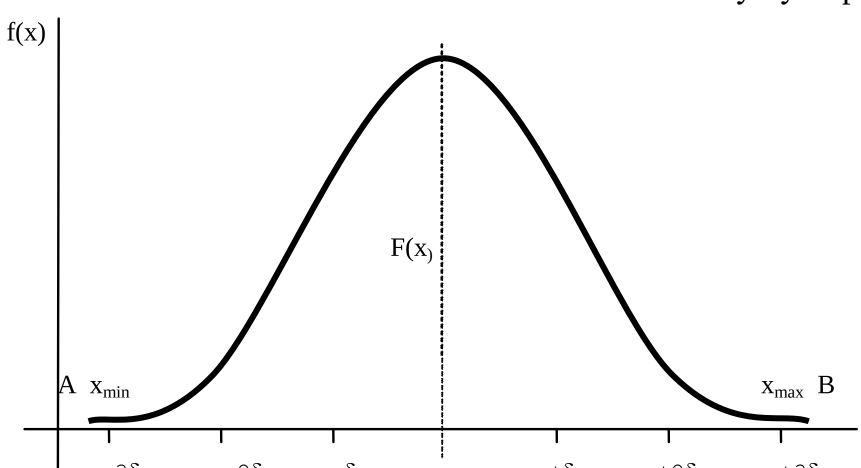
Železniční provoz považujeme za dostatečně typickou, stále se opakující činnost. Předpokládáme, že průběh náhodné proměnné popisující dobu jízdy bude mít některé obecné zákonitosti. V aplikaci na dobu jízdy vlaků traťovým úsekem jde o nalezení typické polohy střední hodnoty doby jízdy v závislosti na hodnotách minimálních a maximálních s využitím pravidla *„6σ“* na Erlangovo rozdělení.

3.1. APLIKACE PRAVIDLA „6σ“ NA ERLANGOVO ROZDĚLENÍ

Již samotná aplikace pravidla "6σ" na jiné typy rozdělení, než je normální, je matematicky zajímavá. Normální, Γ rozdělení je charakterizováno frekvenční funkcí ***f*(*x*)** (zvanou též hustota pravděpodobnosti)a distribuční funkcí ***F(x).*** Náhodná proměnná *x* se potom vyskytuje v určitých mezích ***A*** až ***B*** podle obrázku 1, kde je:

A - dolní mez x_{min},
B - horní mez x_{max},
σ - směrodatná odchylka.

Pravděpodobnost výskytu hodnoty ***x*** v blízkosti mezí ***A*** a ***B*** je zanedbatelná. Je, ale možné určit reálné minimální a maximální hranice hodnoty ***x*** charakterizující s dostatečnou přesností původní rozdělení. Tyto hranice se nazývají x_{min} a x_{max}. Vzdálenost mezi nimi se udává v násobcích směrodatné odchylky σ podle tabulky 1.



Obrázek 1 Pravidlo ± 3σ spojité náhodné proměnné

Tabulka č. 1
*Velikost plochy ve vzdálenosti ±**3σ** od střední hodnoty* $\mathbf{x_p}$ *normálního rozdělení*

Vzdálenost od střední hodnoty	Část plochy F(x) (%)
$x_p \pm 1\sigma$	68,26
$x_p \pm 1{,}96\sigma$	95
$x_p \pm 2\sigma$	95,44
$x_p \pm 2{,}58\sigma$	99
$x_p \pm 3\sigma$	99,73
$x_p \pm 3{,}29$	99,9

Praktické využití této vlastnosti je zřejmé. Pro reálně odhadnutelné minimální, střední a maximální hodnoty náhodné proměnné normálně rozložené je možné většinou pro $\pm 3\sigma$ vypočítat hodnotu x_p a tím získat i tvar příslušné frekvenční a distribuční funkce**.**

Aplikaci uvedené teorie na náhodnou proměnnou s Erlangovým rozdělením jsme ověřili počítačovým experimentem. Vzhledem k nesouměrnosti tohoto rozdělení bylo použito vztahu $x_{max} - x_{min} = 6\,\sigma$ odkud jsme vyjádřili směrodatnou

odchylku $\sigma = \dfrac{x_{\max} - x_{\min}}{6}$ [5]

a rozptyl $s^2 = \sigma^2$

Pro střední hodnotu x_p byli zjišťovány parametry ***a*** a ***b*** náhodné proměnné s Erlangovým rozdělením a generovány nové statistické soubory. Z generovaných hodnot byly statisticky vyhodnoceny příslušné hodnoty x_p, s^2 a σ. Porovnáním těchto hodnot s původními byla potvrzena platnost pravidla $\pm 3\sigma$ i pro náhodnou proměnnou s Erlangovým rozdělením s koeficientem korelace ***0,97***.

2.2. Aplikace pravidla „6σ“ na dobu jízdy vlaku v traťovém úseku

Pro každý traťový úsek je možné ze statistiky:

- odečítat minimální dobu jízdy $t_{j,min}$,
- odečítat reálné maximální doby jízdy $t_{j,max}$,
- vypočítat střední dobu jízdy $t_{j,p}$.

S odvoláním na teoretická východiska v části 2.1 považujme minimální dobu jízdy $t_{j,min}$ v posuzovaném traťovém úseku za dolní hranici x_{min} Erlangovy náhodné proměnné. Uvedené hodnoty je možné statisticky vyhodnotit pro každý traťový úsek zvlášť, co je prakticky neproveditelné. **Nabízí se zde však i jiné řešení:** Jedinou hodnotou, kterou lze dostatečně přesně vypočítat předem, je pouze minimální doba jízdy a to pro konkrétní hnací vozidlo, příslušný traťový úsek a vlakovou soupravu. Jestliže bude možné nalézt obecnou zákonitost v průběhu doby jízdy jako náhodné proměnné, bude možné na základě $t_{j,min}$ vypočítat i hodnoty ostatní, včetně parametrů ***a*** a ***b*** Erlangova rozdělení pro případnou simulaci provozu.

2.3 Problematika rychlosti v simulaci vlakové dopravy v traťovém úseku

Většina autorů pracuje v teorii řešení výpočtů propustných výkonností přímo s dobou jízdy t_j nebo obsazení t_{obs} posuzovaného traťového úseku. Vzhledem k tomu, že délka traťového úseku je neměnná, je možné redukovat všechny výpočty doby jízdy na problém rychlosti, resp. jejího průběhu v závislosti na konkrétních podmínkách. Zůstává tedy otevřena otázka, jaké rychlosti použít, respektive jak dostatečně přesně vypočítat potřebnou dobu jízdy. Teorie mechaniky vlakové dopravy nabízí uspokojivé řešení právě pro minimální dobu jízdy. S využitím pohybové rovnice vlaku ve tvaru

$$F_o - o_{vh} - o_{vd} - o_t = 10^3 (m_h + m_d)(1 + ro)\frac{dV}{dt} \qquad [6]$$

kde je

F_o - je tažná síla na obvodu hnacích kol[N]

o_{vh} - vozidlový odpor hnacího vozidla [N]

o_{vd} - vozidlový odpor vlakové soupravy [N]

o_t - traťový odpor [N]

m_h - hmotnost hnacího vozidla [N]

m_d - hmotnost dopravovaných vozidel [N]

ro - součinitel rotujících hmot

je možno pro průběh maximální tažné síly vyhodnotit i maximální dosažitelnou rychlost, kdy jsou v rovnováze tažná síla a odpory. Tato rychlost nesmí překročit rychlost stanovenou. Jejím porovnáním s rychlostí, kterou vlak do úseku vjíždí je možno řešit dobu jízdy jako dílčí výpočty pro pohyb rovnoměrně zrychlený, zpomalený nebo jízdu ustálenou rychlostí.

2.4 Aplikace Erlangova rozdělení na dobu jízdy vlaků v traťových úsecích

K ověření aplikace Erlangova rozdělení náhodné proměnné na dobu jízdy vlaků v traťových úsecích jsme realizovali rozsáhlá statistická zkoumání na 20 různých traťových úsecích. Doby jízdy úsekem jsme odečítali z realizovaných GVD a hypotézu ověřovali $chí^2$ testem dobré shody. Jednalo se 10.500 údajů za 20 dní provozu. Z výsledků aproximace je zřejmá nepřijatelnost hypotézy o exponenciálním rozdělení, vzhledem k extrémně nepříznivým hodnotám $chí^2$ testu. Výhodná je aproximace Erlangovým rozdělením, kde hodnoty velmi dobře vyhovují. Je tedy možné konstatovat, že teoretický model náhodné proměnné s Erlangovým rozdělením dobře vystihuje testovanou veličinu - dobu jízdy v traťovém úseku.

2.5 Poloha střední doby jízdy traťovým úsekem

Střední doba jízdy rozděluje vzdálenost mezi minimální a maximální hodnotou doby jízdy na dvě části $\sigma_1\sigma$ a $\sigma_2\sigma$ podle obrázku 2. Koeficienty σ_1 a σ_2 jsme nazvali koeficienty polohy střední doby jízdy traťovým úsekem. Je tedy možno psát následující vztahy:

$$t_{j,\max} - t_{j,\min} = 6\sigma$$

$$\sigma_1\sigma + \sigma_2\sigma = 6\sigma$$

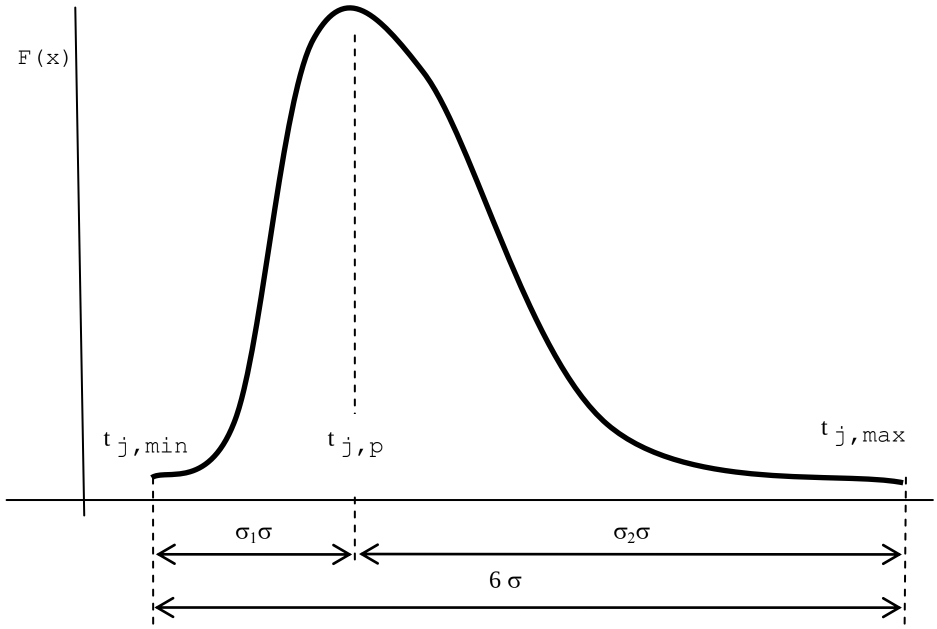
$$t_{j,p} - t_{j,\min} = \sigma_1\sigma$$

$$t_{j,p} - t_{j,\max} = \sigma_2\sigma$$

odkud vyjádříme koeficient ***σ 1*** jako $\sigma_1 = \dfrac{t_{p,j} - t_{p,\min}}{\sigma}$ [7]

Vzhledem k tomu, že ze statistických souborů je možné snadno vypočítat ***tj,p*** a odčítat ***tj,min*** vypočítával jsem hodnoty ***σ1*** podle vztahu [7]. Použité a vypočítané hodnoty jsou přehledně uvedeny v tabulce 2. Na základe uvedených výpočtů je možné konstatovat vysokou míru závislosti mezi střední dobou jízdy ***tj,p*** a směrodatnou odchylkou ***σ*** s koeficientem korelace ***r = 0,929***. Korelační závislost vychází nejpříznivěji pro lineární regresní funkci $\sigma = 0{,}25\ t_{j,p}$ [8]

Při zkoumání závislosti koeficientu polohy střední doby jízdy ***σ1*** na této době byl získán koeficient korelace ***r = 0,054***. Regresní funkcí je opět přímka ve tvaru y = 1,805 + 0,0019 x. Vzhledem k tomu, že posunutí lineární funkce 0,0019 je zanedbatelné a koeficient korelace 0,054 dokládá i zanedbatelný stupeň korelace je možné považovat koeficient polohy ***σ1*** za konstantní s průměrnou hodnotou ***σ1 = 1,84.***



Obrázek 2 Poloha střední hodnoty doby jízdy traťovým úsekem

Tabulka č. 2

Traťový úsek	Doby jízdy		σ	σ_1
	$t_{j,min}$[min]	$t_{j,p}$[min]		
Trenč.Teplá - Dubnica	4	6,72	1,58	1,72
Dubnica - Trenč.Teplá	4	7,61	2,09	1,73
Žilina zr.st. - Dolný Hričov	6	11,15	2,83	1,82
Dolný Hričov - Žilina zr.st	6	11,33	2,82	1,89
Turany - Kralovany	7	12,77	3,27	1,76
Kralovany - Turany	8	14,46	3,71	1,74
Ladce - Dubnica	9	15,58	3,77	1,75
Dubnica - Ladce	9	16,15	3,49	2,05
Krásno nad K. - Čadca	9	16,15	3,73	1,92
Čadca - Krásno nad K.	9	16,18	3,40	2,11
Vrútky - Varín	9	16,59	3,91	1,69
Varín - Vrútky	10	17,49	3,95	1,90
Púchov - Pov.Bystrica	11	18,55	3,71	2,04
Pov.Bystrica - Púchov	11	18,62	3,90	1,95
Lúky pod Mak. - Horní Lideč	10	19,93	4,62	2,02
Pov.Bystrica - Bytča	11	20,08	5,24	1,73
Bytča - Pov.Bystrica	11	21,10	6,64	1,52
Horní Lideč - Lúky pod Mak	11	23,92	7,66	1,69

Přehled vypočtených hodnot koeficientu polohy σ_1

2.6 Odvození vztahů pro výpočty střední doby jízdy

Vycházím ze vztahu pro koeficient polohy střední doby jízdy [7] odkud bude střední doba jízdy $t_{j,p} = \sigma_1 \sigma + t_{j,min}$ a po dosazení koeficientu polohy $\boldsymbol{\sigma_1}$ a vztahu [8]

$$t_{j,p} = 1{,}84.0{,}25 t_{j,p} + t_{j,\min} \qquad [9]$$

Po úpravě bude mít vztah závislosti minimální a střední doby jízdy tvar

$$t_{j,p} = 1{,}85.\, t_{j,\min} \qquad [10]$$

Zde je nutno podotknout, že vztah má všeobecnou platnost v rozsahu vyšetřovaných veličin tzn. pro $\boldsymbol{t_{j,p}}$ [11-24 min]a pro $\boldsymbol{t_{j,min}}$ [4-11 min], které by mohly být dále zpřesňovány provedením dalších statistických šetření, ovšem stejně jako u předcházejících, značně časově náročných. Pro případnou simulaci je možné odvodit i příslušné parametry ***a*** a ***b.***

Parameter *b* $$b = \frac{t_{j,p}}{\sigma^2} = \frac{1{,}85.t_{j,\min}}{\sigma^2} \qquad [11]$$

Parameter a $$a = b.t_{j,p} = 1{,}85.b.t_{j,\min} \qquad [12]$$

Názornou představu o průběhu závislosti jednotlivých odvozených veličin dává jejich výpočet pro různé $\boldsymbol{t_{j,min}}$ podle tabulky 3.

Tabulka 3
Vypočtené ***Hodnoty*** $t_{j,p}$, σ, s_2, b, a, *pro různé* $t_{j,min}$, $\sigma_1 = 1{,}84$

$t_{j,min}$[min]	$t_{j,p}$[min]	Odchylka σ	Rozptyl s_2	Parametry	
				a	b *)
1	1,85	0,46	0,21	16,30	8,65
2	3,70	0,92	0,85	16,11	4,32
3	5,55	1,39	1,92	16,04	2,88
4	7,40	1,85	3,41	16,05	2,16
5	9,25	2,31	5,33	16,05	1,73
6	11,10	2,77	7,68	16,04	1,44
7	12,95	3,23	10,46	16,03	1,24
8	14,80	3,70	13,66	16,04	1,08
9	16,65	4,16	17,29	16,03	0,96
10	18,50	4,62	21,34	16,04	0,86
11	20,35	5,08	25,82	16,04	0,79
12	22,20	5,54	30,73	16,04	0,72
13	24,05	6,00	36,00	16,07	0,67
14	25,90	6,47	41,83	16,04	0,62
15	27,75	6,93	48,01	16,04	0,58

*) parametr *b* přepočtený pro celočíselný parametr *a* = 16

Na základě výsledků je možno konstatovat, že parametr ***a***, zaokrouhlený na celočíselnou hodnotu ***a = 16*** je nezávislý na dobách jízdy a vztah pro výpočet parametru ***b*** je proto možno upravit do tvaru:

$$b = \frac{16}{1{,}85.t_{j,\min}} = \frac{8{,}65}{t_{j,\min}} \qquad [13]$$

3. Použití odvozených vztahů pro výpočet propustné výkonnosti traťového úseku

(1) Pro příslušný traťový úsek se na základě pohybové rovnice vlaku vypočítá minimální doba jízdy úsekem $t_{j,min}$, s ohledem na stanovenou rychlost.

(2) Podle vztahu [10] se vypočítá střední doba jízdy $t_{j,p}$.

(3) Podle vztahů [13 se vypočte parametr ***b***.

(4) Pro konstantní parametr ***a=16*** a vypočtený parametr ***b*** se s využitím počítačem generovaných pseudonáhodných čísel a transformace na náhodnou proměnnou s Erlangovým rozdělením, generují jednotlivé doby jízdy vlaků v traťovém úseku.

(5) Ke generovaným dobám jízdy se připočítají i příslušné provozní intervaly **Σ*tau***, čímž se získá potřebná doba obsazení traťového úseku simulaci provozu $t_{obs} = t_j + \Sigma tau$.

(6) Pro simulaci provozu jsou nezbytné i vstupy jednotlivých vlaků do prvého traťového úseku. Vstupy vlaků je možné zadávat deterministicky alebo se na jejich získávání využije střední doby obsazení $t_{j,p}$ upravená zpětně podle vztahu pro přípustné provozní zatížení podle vztahu $t_{i,p} = t_{j,p} / eta$. Vzhledem k tomu, že přípustné provozní zatížení je volitelné, získáváme možnost variantního výpočtu.

This paper was supported by project
APVV 0471-10 Critical infrastructure protection in sector transport

ERDF
European fund of regional development
Project is co financing from EC sources

EURÓPSKA ÚNIA
ŠTRUKTURÁLNE FONDY

The material was processed in the Center of Excellence for the systems and intelligent transport services
ITMS project code 26220120050.

LITERATÚRA

[1] BRANDALÍK, F.,KLUVÁNEK, P.: Operační analýza v železniční dopravě. ALFA, Bratislava 1986.
[2] DANĚK, J.-VONKA, J.: Dopravní provoz železnic.ALFA, Bratislava 1984.
[3] D-24 Předpisy pro zjišťování propustnosti železničních tratí. NADAS, Praha 1966, služební předpis.
[4] HERTLER,.G.,VONKA, J.: Kritické poznámky ke stavu výpočtů propustné výkonnosti železničních tratí na ČSD.a DR. In: Práce a studie VŠDS - svazek 7, ALFA, Bratislava 1989.
[5] LEITNER, B., DVOŘAK, Z., Projekt "Centrum excelencie pre systémy a služby inteligentenj dopravy" – východiská, aktivity a výsledky [Project „Centre of excellence for systems and services of intelligent transport" – scopes, activities, results]. Žilina, Slovakia, LOGVD 2012.
[6] NOVÁK, L., MILATA, I. : Application of „3 sigma theory" to Erlangs distribution of random variable. In: Zborník z X. International Scientific Conference TEMPT´97. Bulharsko, Sofia, Higher Military School of Transport 1997, s. 137 – 142. (90 %). ISBN 954-12-0049-4.
[7] NOVÁK, L., ŠIMÁK, L.: Non-traditional statistic investigation of railway traffic: Moscow, Russia Issue 3.
[8] NOVÁK, L., SOUŠEK, R.: Modifications Erlang' s distribution of random variable. In: Механика, Транспорт, Комуникация. № 2/2005. София 2005. http://mtc- aj.com/php/welcome.php?lang=bg. ISSN 1312-3827.
[9] VORLÍČEK, M.: Vybrané kapitoly matematické statistiky. FMNO, Praha 1968
[10] VORLÍČEK, M.,HOLICKÝ, M., ŠPAČKOVÁ, M.: Pravděpodobnost a matematická statistika pro inženýry. FMNO, Praha 1982.

Článok recenzovali dvaja nezávislí recenzenti